

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thi ngày 10/9/2015

Môn thi : Toán.

Thời gian làm bài : 120 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1 (2,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{4}{x - 4}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = \frac{1}{4}$.

Câu 2 (1,5 điểm).

Số tiền mua 1 quả dưa và một quả thanh long là 25 nghìn đồng. Số tiền mua 5 quả dưa và 4 quả thanh long là 120 nghìn đồng. Hỏi giá mỗi quả dưa và giá mỗi quả thanh long là bao nhiêu ? Biết rằng mỗi quả dưa có giá như nhau và mỗi quả thanh long có giá như nhau.

Câu 3 (1,5 điểm).

Cho phương trình : $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 4$.

Câu 4 (3 điểm).

Cho đường tròn (O) có dây BC cố định không đi qua tâm O. Điểm A chuyển động trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Kẻ các đường cao BE và CF của tam giác ABC (E thuộc AC, F thuộc AB). Chứng minh rằng :

a) BCEF là tứ giác nội tiếp.

b) $EF \cdot AB = AE \cdot BC$.

c) Độ dài đoạn thẳng EF không đổi khi A chuyển động.

Câu 5 (3 điểm).

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \geq 3$. Chứng minh rằng:

$$x + y + \frac{1}{2x} + \frac{2}{y} \geq \frac{9}{2}$$

Đẳng thức xảy ra khi nào ?

..... Hết

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Câu 1.

a) ĐKXD : $x \geq 0, x \neq 4$ (0,5 đ)

$$\begin{aligned} \text{Rút gọn : } P &= \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4} = \frac{\sqrt{x}+2-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}+2} \quad (1 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

b) $x = \frac{1}{4} \in \text{ĐKXD}$. Thay vào P, ta được : $P = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}+2} = \frac{1}{\frac{1}{2}+1} = \frac{5}{2}$ (1 điểm)

Câu 2.

Gọi x, y (nghìn) lần lượt là giá của 1 quả dưa và 1 quả thanh long.

Điều kiện : $0 < x ; y < 25$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 5x + 4y = 120 \end{cases}$$

Giải ra ta được : $x = 20, y = 5$ (thỏa mãn điều kiện bài toán).

Vậy : Giá 1 quả dưa 20 nghìn.

Giá 1 quả thanh long 5 nghìn.

Câu 3.

a) Với $m = 2$, phương trình (1) trở thành : $x^2 + 6x + 1 = 0$.

Ta có : $\Delta' = 3^2 - 1 = 8$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -3 + \sqrt{8}, x_2 = -3 - \sqrt{8}$

b) $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) = 2m + 4$

Phương trình có 2 nghiệm $\Leftrightarrow 2m + 4 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$.

Theo Vi-ét ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có : $x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 2(m^2 - 3) = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -3 \end{cases}$$

$m_2 = -3$ không thỏa mãn điều $m \geq -2$.

Vậy $m = 1$.

Câu 4. Hình vẽ (0,5 điểm)

a) **BCEF là tứ giác nội tiếp.** (1 điểm)

Ta có : $\angle BFC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\angle BEC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra tứ giác BCEF nội tiếp \Rightarrow đpcm.

b) **EF.AB = AE.BC.** (1 điểm)

BCEF nội tiếp (chứng minh trên)

Suy ra $\angle AFE = \angle ACB$ (cùng bù với góc BFE)

Do đó $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (g.g)

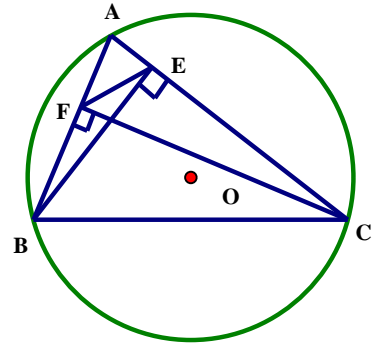
Suy ra $\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow EF.AB = BC.AE \Rightarrow$ đpcm.

c) **EF không đổi khi A chuyển động.** (0,5 điểm)

Ta có $EF.AB = BC.AE \Rightarrow EF = BC \cdot \frac{AE}{AB} = BC \cdot \cos \angle BAC$

Mà BC không đổi (gt), $\triangle ABC$ nhọn \Rightarrow A chạy trên cung lớn BC không đổi $\Rightarrow \angle BAC$ không đổi $\Rightarrow \cos \angle BAC$ không đổi.

Vậy $EF = BC \cdot \cos \angle BAC$ không đổi \Rightarrow đpcm.



Câu 5.

Cách 1. Ta có : Với $x, y > 0$ và $x + y \geq 3$. Ta có :

$$x + y + \frac{1}{2x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \left[x + y + \left(x - 2 + \frac{1}{x} \right) + \left(y - 4 + \frac{4}{y} \right) + 6 \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[x + y + \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 + \left(\sqrt{y} - \frac{2}{\sqrt{y}} \right)^2 + 6 \right] \geq \frac{1}{2} (3 + 6) = \frac{9}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \\ \sqrt{y} - \frac{2}{\sqrt{y}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

Cách 2. Với $x, y > 0$ và $x + y \geq 3$. Ta có :

$$x + y + \frac{1}{2x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \left[x + y + \left(x + \frac{1}{x} \right) + \left(y + \frac{4}{y} \right) \right] \geq \frac{1}{2} \left(3 + 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} + 2\sqrt{y \cdot \frac{4}{y}} \right) = \frac{9}{2}$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{x} \\ y = \frac{4}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ (vì $x, y > 0$)

Chúc các em thành công!

TRUNG TÂM GIA SƯ, LUYỆN THI ALPHA THÀNH PHỐ VINH

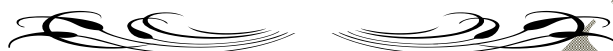
Địa chỉ: Số 04 - Ngõ 03 - Đường Tân Hùng - Tp.Vinh

Điện thoại : 0917.638.972 – 0984.638.972

Email: trungtamgiasu.alpha@gmail.com

Website: giasualpha.edu.vn

Facebook: <https://www.facebook.com/groups/giasualpha/>



GIA SƯ ALPHA