SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **HÀ NỘI** **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT** **Năm học: 2015 - 2016** **MÔN: TOÁN** *Thời gian làm bài: 120 phút*

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $P = \dfrac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với x>0, $x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức P khi x = 9.
2) Rút gọn biểu thức Q.
3) Tìm giá trị của x để biểu thức $\dfrac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II *(2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+y)+\sqrt{x+1}=4 \\ (x+y)-3\sqrt{x+1}=-5 \end{cases}$
2) Cho phương trình : $x^2-(m+5)x+3m+6=0$ (x là ẩn số).
   a. Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m.
   b. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Bài IV *(3,5 điểm)* Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn thẳng AO (C khác A, C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kì trên cung KB (M khác K, M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai N.

1) Chứng minh tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh CA.CB=CH.CD.
3) Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn đi qua trung điểm của DH.
4) Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V *(0,5 điểm)* Với hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2+b^2=4$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \dfrac{ab}{a+b+2}$

TRUNG TÂM GIA SƯ, LUYỆN THI ALPHA THÀNH PHỐ VINH

Địa chỉ: Số 04 - Ngõ 03 - Đường Tân Hùng - Tp.Vinh

Điện thoại : 0917.638.972 – 0984.638.972

Website: giasualpha.edu.vn

Facebook: https://www.facebook.com/groups/giasualpha/

BÀI GIẢI THAM KHẢO

Bài I. Cho $P=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}-2};Q=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-4}\qquad x>0;x\neq 4$

1) Tính giá trị của P khi x = 9

Thay x = 9 vào P ta có: $P=\dfrac{9+3}{\sqrt{9}-2}=12$

2) Rút gọn Q

$$Q=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$Q=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)+5\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x-3\sqrt{x}+2+5\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$Q=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$Q=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

3) Tìm x để biểu thức $\dfrac{P}{Q}$ **đạt giá trị nhỏ nhất**

Ta có $\dfrac{P}{Q}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}-2}:\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số $\sqrt{x}>0;\dfrac{3}{\sqrt{x}}>0$

$$\frac{P}{Q}=\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}\geq 2\sqrt{\sqrt{x}.\frac{3}{\sqrt{x}}}$$

$$\frac{P}{Q}\geq 2\sqrt{3}$$

Min $\dfrac{P}{Q}=2\sqrt{3}$ khi $\sqrt{x}=\dfrac{3}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x=3(tmdk)$

Bài II.

Cách 1:

Gọi vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là x (x>2;km/h)

Khi xuôi dòng:

Vận tốc xuôi dòng là x+2 (km/h)

Quãng đường xuôi dòng là 48 (km)

Thời gian tàu xuôi dòng là $\dfrac{48}{x+2}$ (km/h)

GIA SƯ ALPHA

Khi ngược dòng:
Vận tốc ngược dòng là x-2 (km/h)
Quãng đường ngược dòng là 60 (km/h)
Thời gian tàu ngược dòng là $\frac{60}{x-2}$ (km/h)
Vì thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 1h nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x-2}-\frac{48}{x+2}=1 \Leftrightarrow 60(x+2)-48(x-2)=(x-2)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 12x+216=x^2-4 \Leftrightarrow x^2-12x-220=0$$

Giải phương trình ta có x=22 (tm đk) ; x = -10 (loại)
Vậy vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là 22km/h

Cách 2:

Gọi t_1 là thời gian tàu tuần tra chạy ngược dòng nước.
Gọi t_2 là thời gian tàu tuần tra chạy xuôi dòng nước.
Gọi V là vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên.
Ta có : $V-2=\frac{60}{t_1}$; $V+2=\frac{48}{t_2}$

Suy ra: $\frac{60}{t_1}+2=\frac{48}{t_2}-2 \Leftrightarrow \frac{60}{t_1}-\frac{48}{t_2}=-4$ (1)

$t_1-t_2=1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ : $\begin{cases} \frac{60}{t_1}-\frac{48}{t_2}=-4 \\ t_1-t_2=1 \end{cases}$

Thế $t_1=1+t_2$ vào (1) ta được : $\frac{60}{1+t_2}-\frac{48}{t_2}=-4 \Leftrightarrow 4t_2^2+16t_2-48=0$

$\Leftrightarrow t_2=-6$ (loại) hay $t_2=2 \Rightarrow V=22\,(km/h)$

Cách 3:

<u>Bài II</u> (2,0 điểm).

Gọi vận tốc của tàu khi nước yên lặng là x (km/giờ) (x > 2)

Thời gian tàu xuôi dòng là: $\frac{48}{x+2}$ (giờ)

Thời gian tàu ngược dòng là: $\frac{60}{x-2}$ (giờ)

Vì thời gian xuôi dòng của tàu hơn thời gian ngược dòng của tàu là 1 giờ nên: $\frac{48}{x+2}+1=\frac{60}{x-2}$

$\Rightarrow x^2-12x-220=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=22 \\ x=-10 \end{array}\right.$, vì x > 2 nên x = 22.

Vậy vận tốc của tàu là 22 km/giờ.

Bài III.

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}2(x+y)+\sqrt{x+1}=4\\(x+y)-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}$$

Điều kiện $x \geq -1$

Cách 1:

Đặt $x+y=u;\quad \sqrt{x+1}=v\quad (v \geq 0)$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}2u+v=4\\u-3v=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6u+3v=12\\u-3v=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7u=7\\u-3v=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u=1\\v=2(tmdk)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y=1\\\sqrt{x+1}=2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x+y=1\\x+1=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-2\\x=3(\text{tmdk})\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (3;-2)

Cách 2:

1) Với điều kiện $x \geq -1$, ta có hệ đã cho tương đương:

$$\begin{cases}6(x+y)+3\sqrt{x+1}=12\\(x+y)-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7(x+y)=7\\(x+y)-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x+y=1\\3\sqrt{x+1}=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y=1\\x+1=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}$$

2. Cho phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$ **(1)**

a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m

Ta có
$$\Delta = \left[-(m+5)\right]^2-4.1.(3m+6)=m^2+10m+25-12m-24$$
$$\Delta = m^2-2m+1=(m-1)^2 \geq 0 \forall m$$

Nên phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi m.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

*) Phương trình (1) có hai nghiệm là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\P>0\\S>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m-1)^2>0\\3m+6>0\\m+5>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m \neq 1\\m>-2\end{cases}$$

*) Áp dụng định lý Py-ta-go ta có

$$x_1^2+x_2^2=5^2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=25\quad (2)$$

GIA SƯ ALPHA

Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình (1) ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+5 \\ x_1.x_2 = 3m+6 \end{cases}$

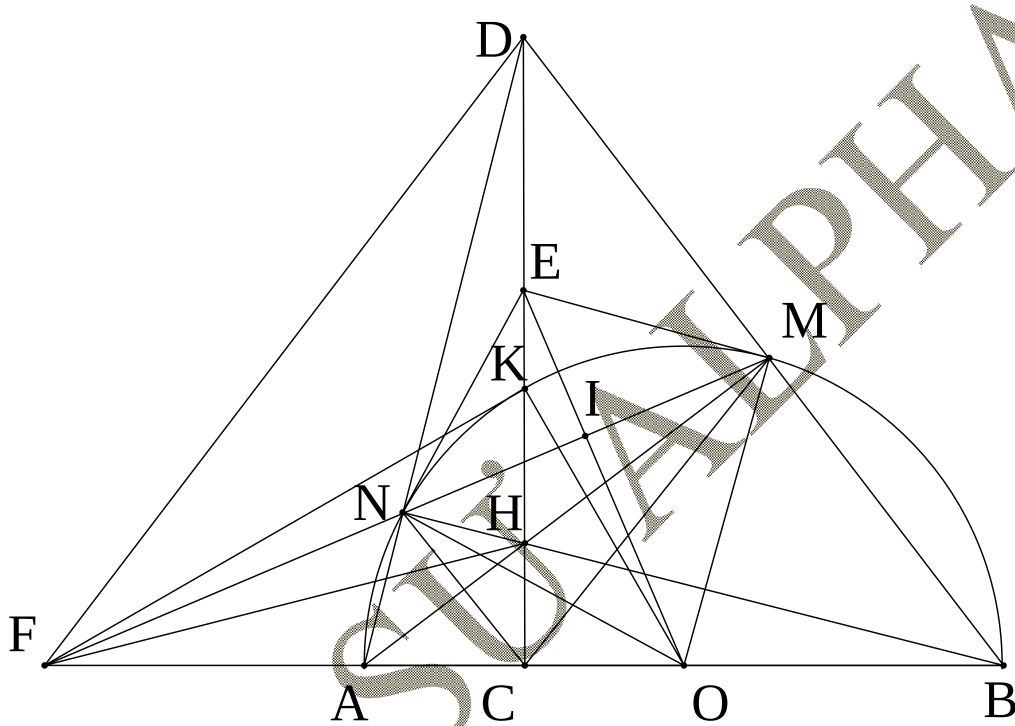
Thay vào (2) ta có:

$(m+5)^2 - 2(3m+6) = 25 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 12 = 0$

Giải phương trình ta có m = 2 (tmđk); m = -6 (loại)

Vậy m = 2

Bài IV.



1) Chứng minh tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp

Xét (O) góc AMB = 90^0 (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra góc AMD = 90^0

Mà góc ACD = 90^0 ($CD \perp AB$)

Xét tứ giác ACMD:

góc ACD = góc AMD = 90^0

Mà C và M là hai đỉnh kề nhau

Suy ra tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp)

2) Chứng minh CA.CB = CH.CD

Xét tam giác ACH và tam giác DCB

góc ACH = góc DCB = 90^0

góc HAC = góc CDB (cùng phụ góc ABD)

Suy ra tam giác ACH đồng dạng với tam giác DCB (g-g)

$\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{CH}{CB}$ (Định nghĩa hai tam giác đồng dạng)

Suy ra CA. CB = CH. CD (đpcm)

3. Chứng minh A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn đi qua trung điểm DH.

+) AM⊥BD; DC⊥AB nên H là trực tâm tam giác ABD

⇒BH ⊥ AD tại N' suy ra góc AN'B = 90^0

+) Mà góc ANB = 90^0 (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra N trùng N'. Vậy A, N, D thẳng hàng.

*) Tiếp tuyến tại N của (O) cắt DH tại E.

Ta có góc NDE = góc NBO (cùng phụ góc DAB) (1)

góc NBO = góc ONB (chứng minh tam giác ONB cân tại O) (2)

góc ONB = góc END (cùng phụ góc ENB) (3)

Từ (1), (2), (3): góc NDE = góc END

Nên tam giác NED cân tại E suy ra ED = EN

+) Ta có góc ENH + góc END = 90^0; góc EHN + EDN = 90^0

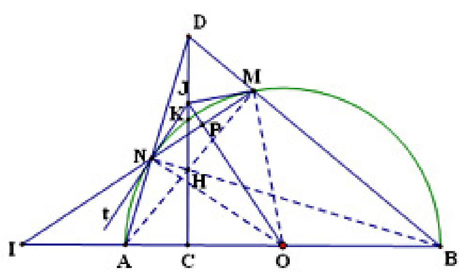
Mà góc NDE = góc END (cmt) suy ra góc ENH = góc EHN

Suy ra tam giác ENH cân tại E, suy ra EH = EN

Vậy ED= EH (=EN) nên E là trung điểm DH.

Cách 2:

<u>Bài IV</u> (3,5 điểm).



1) Vì $\widehat{AMD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$ cùng nhìn cạnh AD nên tứ giác ACMD nội tiếp.

2) $\Delta AHC \sim \Delta DBC$ (g – g) $\Rightarrow \dfrac{AC}{DC} = \dfrac{CH}{BC} \Rightarrow AC.BC = CH.DC$ (đpcm)

3) Vì H là giao điểm hai đường cao AM và DC của ΔABD nên BN ⊥ AD, mà BN ⊥ AN do đó A, N, D thẳng hàng.

Giả sử tiếp tuyến của đường tròn tại N cắt DH tại J.

Ta có: $\widehat{NDJ} = \widehat{NBA} = \dfrac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AN} = \widehat{ANt} = \widehat{DNJ} \Rightarrow \Delta NJD$ cân tại J $\Rightarrow NJ = JD$ (1)

Vì $\widehat{JNH}$, $\widehat{NHJ}$ phụ với $\widehat{JND}, \widehat{NDJ}$ nên $\widehat{JNH} = \widehat{NHJ}$ do đó Δ NJH cân tại J $\Rightarrow JN = JH$ (2)

Từ (1) và (2) ⇒ JD= JH ⇒ J là trung điểm của DH (đpcm)

4) Giả sử MN cắt AB tại I.

Dễ thấy JM cũng là tiếp tuyến của (O) nên MN ⊥ OJ và cắt OJ tại P.

$\Delta OPI \sim \Delta OCJ \Rightarrow OC.OI = OP.OJ$, mà $OP.OJ = OM^2 = R^2$ (cố định) ⇒ I cố định ⇒ đpcr

4. Khi M di động trên cung KB, chứng minh MN luôn đi qua một điểm cố định.

+) MN cắt BA tại F.
+) Chứng minh EM là tiếp tuyến của đường tròn O
Chứng minh được OE vuông góc với MN.
Tam giác OIF đồng dạng với tam giác OCE suy ra OC.OF = OI. OE
Mà OI. OE = R^2 không đổi nên OC.OF = R^2
Suy ra OF = R^2/OC không đổi nên F cố định.

Bài V. Cho a, b không âm thỏa mãn $a^2+b^2=4$. Tìm giá trị lớn nhất của

Cách 1:

$$M=\frac{ab}{a+b+2}$$

*) a và b không đồng thời bằng 0; nếu a=0 hoặc b = 0 thì M=0

*) Xét a và b khác 0:

Ta có $\frac{1}{M}=\frac{a+b+2}{ab}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{ab}$

Theo bđt Cô-si $\frac{a^2+b^2}{2}\ge ab \Leftrightarrow ab\le 2$ nên

$\sqrt{ab}\le\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{1}{\sqrt{ab}}\ge\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\frac{1}{ab}\ge\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{2}{ab}\ge 1$

+) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge 2\sqrt{\frac{1}{a}.\frac{1}{b}}\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{2}{\sqrt{ab}}\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\sqrt{2}$

Từ đó $\frac{1}{M}\ge\sqrt{2}+1\Leftrightarrow M\le\frac{1}{1+\sqrt{2}}\Leftrightarrow M\le\sqrt{2}-1$

Vậy giá trị lớn nhất của M là $\sqrt{2}-1$ khi $a=b=\sqrt{2}$

Cách 2:

Với hai số thực dương không âm a, b thỏa $a^2+b^2=4$ ta có:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=\left(a^2+b^2\right)+2ab=4+2ab$

Suy ra $\sqrt{(a+b)^2}=\sqrt{4+2ab}$ (do $4+2ab>0; a,b>0$)

Hay $|a+b|=\sqrt{4+2ab}\Leftrightarrow a+b=\sqrt{4+2ab}$

Khi đó, biểu thức M được viết lại thành: $M=\frac{ab}{a+b+2}=\frac{ab}{\sqrt{4+2ab}+2}$ (1)

Mặc khác: $4+2ab>4\Leftrightarrow\sqrt{4+2ab}>\sqrt{4}=2$

$\Rightarrow 2ab=\left(\sqrt{4+2ab}+2\right)\left(\sqrt{4+2ab}-2\right)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $M=\frac{ab}{\frac{2ab}{\sqrt{4+2ab}-2}}=\frac{\sqrt{4+2ab}-2}{2}$

Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số không âm a, b ta được:

$$ab \le \frac{a^2+b^2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{4+2ab} - 2 \le \sqrt{4+2.2} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$$

$$\Rightarrow M \le \frac{2\sqrt{2}-2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases} a = b \ge 0 \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \sqrt{2}$

Vậy GTLN của biểu thức M là $\sqrt{2} - 1$ khi $a = b = \sqrt{2}$.

Cách 3:

$$M = \frac{ab}{a+b+2} = \frac{(a+b)^2 - (a^2+b^2)}{2(a+b+2)} = \frac{(a+b)^2 - 4}{2(a+b+2)} = \frac{(a+b-2)(a+b+2)}{2(a+b+2)} = \frac{a+b-2}{2}$$

Ta có $(a+b)^2 \le 2(a^2+b^2) \Rightarrow a+b \le \sqrt{2(a^2+b^2)}$

Vậy $M \le \frac{\sqrt{2(a^2+b^2)}-2}{2} = \frac{\sqrt{2.4}-2}{2} = \sqrt{2} - 1$

Khi $a = b = \sqrt{2}$ thì $M = \sqrt{2} - 1$ Vậy giá trị lớn nhất của M là $\sqrt{2} - 1$

Cách 4:

Đặt $a + b + 2 = t \Rightarrow ab = \frac{t^2 - 4t}{2} \Rightarrow M = \frac{\frac{t^2-4t}{2}}{t} = \frac{t^2-4t}{2t} = \frac{t}{2} - 2$

Ta có $(a+b)^2 \le 2(a^2+b^2) = 8 \Rightarrow a + b \le 2\sqrt{2} \Rightarrow t \le 2\sqrt{2} + 2 \Rightarrow M \le \sqrt{2} - 1$

Max $M = \sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow a = b = \sqrt{2}$

Chúc các em thành công!

TRUNG TÂM GIA SƯ, LUYỆN THI ALPHA THÀNH PHỐ VINH

Địa chỉ: Số 04 - Ngõ 03 - Đường Tân Hùng - Tp.Vinh

Điện thoại : 0917.638.972 – 0984.638.972

Email: trungtamgiasu.alpha@gmail.com

Website: giasualpha.edu.vn

Facebook: https://www.facebook.com/groups/giasualpha/