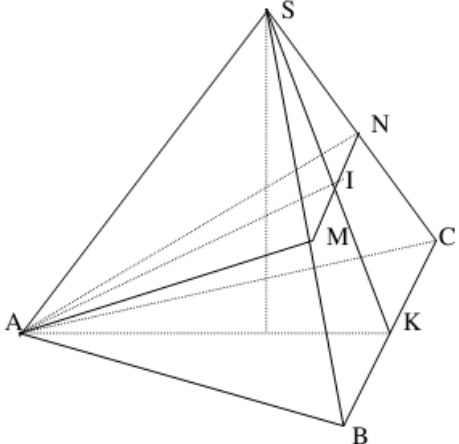
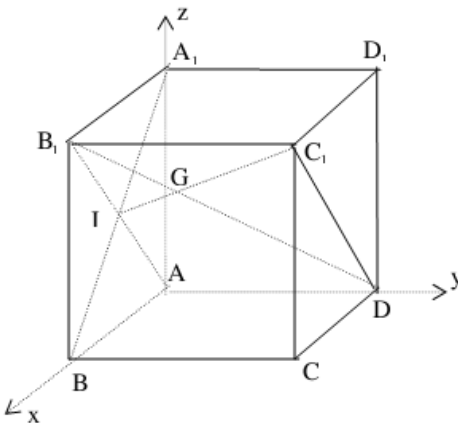
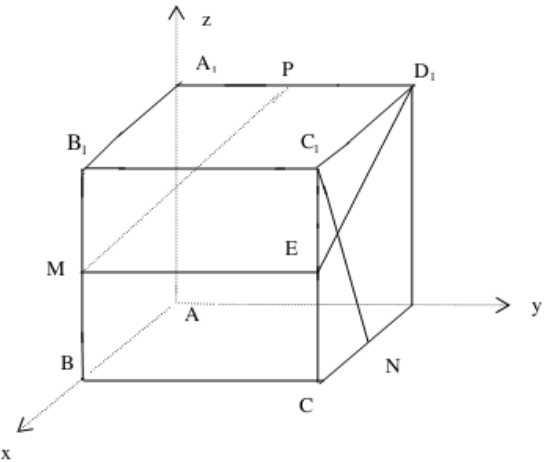


Khối A 2002

	 Gọi K là trung điểm của BC và $I = SK \cap MN$. Từ giả thiết $\Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$, $MN \parallel BC \Rightarrow I$ là trung điểm của SK và MN. Ta có $\triangle SAB = \triangle SAC \Rightarrow$ hai trung tuyến tương ứng $AM = AN$ $\Rightarrow \triangle AMN$ cân tại $A \Rightarrow AI \perp MN$. Mặt khác $\begin{cases} (SBC) \perp (AMN) \\ (SBC) \cap (AMN) = MN \\ AI \subset (AMN) \\ AI \perp MN \end{cases} \Rightarrow AI \perp (SBC) \Rightarrow AI \perp SK$. Suy ra $\triangle SAK$ cân tại $A \Rightarrow SA = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.	0,25 đ	0,25 đ
	$SK^2 = SB^2 - BK^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$ $\Rightarrow AI = \sqrt{SA^2 - SI^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{SK}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{8}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$ Ta có $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}MN \cdot AI = \frac{a^2\sqrt{10}}{16}$ (đvdt) CHÚ Ý 1) Có thể chứng minh $AI \perp MN$ như sau: $BC \perp (SAK) \Rightarrow MN \perp (SAK) \Rightarrow MN \perp AI$. 2) Có thể làm theo phương pháp tọa độ: Chẳng hạn chọn hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ sao cho $K(0;0;0), B\left(\frac{a}{2};0;0\right), C\left(-\frac{a}{2};0;0\right), A\left(0;\frac{-a\sqrt{3}}{2};0\right), S\left(0;\frac{-a\sqrt{3}}{6};h\right)$ trong đó h là độ dài đường cao SH của hình chóp $S.ABC$.	0,25 đ	0,25 đ

Khối B 2002

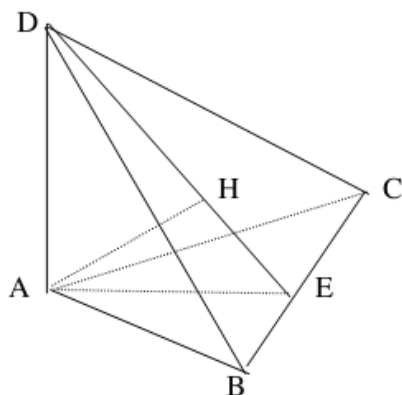
IV	2a)	Tìm khoảng cách giữa A_1B và B_1D .	$\sum 1,0$ đ	$\sum 1,5$ đ
		 Cách I. Chọn hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a;0), A_1(0;0;a) \Rightarrow C(a;a;0); B_1(a;0;a); C_1(a;a;a), D_1(0;a;a)$ $\Rightarrow \overrightarrow{A_1B} = (a;0;-a), \overrightarrow{B_1D} = (-a;a;-a), \overrightarrow{A_1B_1} = (a;0;0) \text{ và } [\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{B_1D}] = (a^2; 2a^2; a^2).$ Vậy $d(A_1B, B_1D) = \frac{ \overrightarrow{A_1B_1} \cdot [\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{B_1D}] }{ [\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{B_1D}] } = \frac{a^3}{a^2\sqrt{6}} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$	0,25 đ	0,25 đ
		Cách II. $\left. \begin{matrix} A_1B \perp AB_1 \\ A_1B \perp AD \end{matrix} \right\} \Rightarrow A_1B \perp (AB_1C_1D) \Rightarrow A_1B \perp B_1D.$ Tương tự $A_1C_1 \perp B_1D \Rightarrow B_1D \perp (A_1BC_1).$ Gọi $G = B_1D \cap (A_1BC_1).$ Do $B_1A_1 = B_1B = B_1C_1 = a$ nên $GA_1 = GB = GC_1 \Rightarrow G \text{ là tâm tam giác đều } A_1BC_1 \text{ có cạnh bằng } a\sqrt{2}.$ Gọi I là trung điểm của A_1B thì IG là đường vuông góc chung của A_1B và B_1D, nên $d(A_1B, B_1D) = IG = \frac{1}{3}C_1I = \frac{1}{3}A_1B \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$ Chú ý: Thí sinh có thể viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A_1B và song song với B_1D là: $x + 2y + z - a = 0$ và tính khoảng cách từ B_1 (hoặc từ D) tới (P), hoặc viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa B_1D và song song với A_1B là: $x + 2y + z - 2a = 0 \text{ và tính khoảng cách từ } A_1 \text{ (hoặc từ } B) \text{ tới } (Q).$	0,25 đ	0,25 đ
			0,25 đ	0,5 đ
			0,25 đ	0,5 đ

2b)	Cách I. Từ Cách I của 2a) ta tìm được $M\left(a;0;\frac{a}{2}\right), N\left(\frac{a}{2};a;0\right), P\left(0;\frac{a}{2};a\right)$ $\Rightarrow \overrightarrow{MP} = \left(-a; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right), \overrightarrow{NC_1} = \left(\frac{a}{2}; 0; a\right) \Rightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{NC_1} = 0.$ Vậy $MP \perp C_1N$.	$\Sigma 1,0$ đ 0,25 đ 0,5 đ 0,25 đ	
	 Gọi E là trung điểm của CC_1 thì $ME \perp (CDD_1C_1) \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của MP trên (CDD_1C_1) là ED_1. Ta có $\Delta C_1CN = \Delta D_1C_1E \Rightarrow C_1D_1E = CC_1N = 90^\circ - D_1C_1N \Rightarrow D_1E \perp C_1N$. Từ đây theo định lý ba đường vuông góc ta có $MP \perp C_1N$.	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ	

Khối D 2002

IV	1. Cách 1 Từ giả thiết suy ra tam giác ABC vuông tại A, do đó $AB \perp AC$. Lại có $AD \perp mp(ABC) \Rightarrow AD \perp AB$ và $AD \perp AC$, nên AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Do đó có thể chọn hệ tọa độ Đêcac vuông góc, gốc A sao cho $B(3;0;0)$, $C(0;4;0)$, $D(0;0;4)$. Mặt phẳng (BCD) có phương trình : $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} - 1 = 0.$ Khoảng cách cần tính là : $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}}} = \frac{6\sqrt{34}}{17}$ (cm).	2đ 1	2đ 1
	Lại có $AD \perp mp(ABC) \Rightarrow AD \perp AB$ và $AD \perp AC$, nên AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau.	1/4	1/4
Do đó có thể chọn hệ tọa độ Đêcac vuông góc, gốc A sao cho $B(3;0;0)$, $C(0;4;0)$, $D(0;0;4)$. Mặt phẳng (BCD) có phương trình :	$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} - 1 = 0.$	1/4	1/4
Khoảng cách cần tính là : $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}}} = \frac{6\sqrt{34}}{17}$ (cm).		1/4	1/4

Cách 2 Từ giả thiết suy ra tam giác ABC vuông tại A, do đó $AB \perp AC$.	1/4	1/4
Lại có $AD \perp mp(ABC) \Rightarrow AD \perp AB$ và $AD \perp AC$, nên AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau.	1/4	1/4



Gọi AE là đường cao của tam giác ABC; AH là đường cao của tam giác ADE thì AH chính là khoảng cách cần tính.

Dễ dàng chứng minh được hệ thức: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$.

Thay $AC=AD=4$ cm; $AB = 3$ cm vào hệ thức trên ta tính được:

$$AH = \frac{6\sqrt{34}}{17} \text{ cm}$$

Cách 3:

Từ giả thiết suy ra tam giác ABC vuông tại A, do đó $AB \perp AC$.

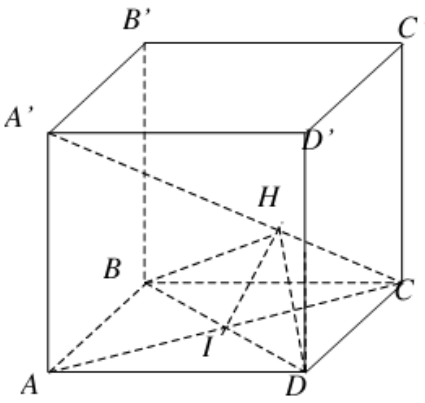
Lại có $AD \perp \text{mp}(ABC) \Rightarrow AD \perp AB$ và $AD \perp AC$, nên AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau.

Gọi V là thể tích tứ diện ABCD, ta có $V = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot AD = 8$.

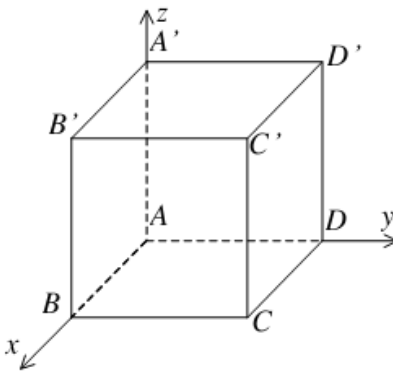
Áp dụng công thức $AH = \frac{3V}{dt(\triangle BCD)}$ với $V = 8$ và $dt(\triangle BCD) = 2\sqrt{34}$

ta tính được $AH = \frac{6\sqrt{34}}{17} \text{ cm}$.

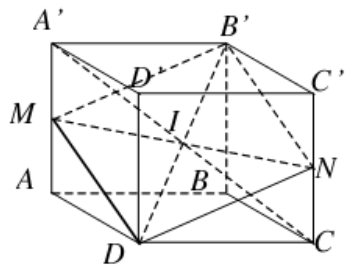
Khối A 2003

Câu 3.	3 điểm
	1 điểm

1)	
Cách 1. Đặt $AB = a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên $A'C$, suy ra $BH \perp A'C$, mà $BD \perp (A'AC) \Rightarrow BD \perp A'C$, do đó $A'C \perp (BHD) \Rightarrow A'C \perp DH$. Vậy góc phẳng nhị diện $[B, A'C, D]$ là góc $\widehat{BHD}$. Xét $\Delta A'DC$ vuông tại D có DH là đường cao, ta có $DH \cdot A'C = CD \cdot A'D$ $\Rightarrow DH = \frac{CD \cdot A'D}{A'C} = \frac{a \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Tương tự, $\Delta A'BC$ vuông tại B có BH là đường cao và $BH = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Mặt khác: $2a^2 = BD^2 = BH^2 + DH^2 - 2BH \cdot DH \cos \widehat{BHD} = \frac{2a^2}{3} + \frac{2a^2}{3} - 2 \cdot \frac{2a^2}{3} \cos \widehat{BHD},$ do đó $\cos \widehat{BHD} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BHD} = 120^\circ$.	0,25 đ
Cách 2. Ta có $BD \perp AC \Rightarrow BD \perp A'C$ (Định lý ba đường vuông góc). Tương tự, $BC' \perp A'C \Rightarrow (BC'D) \perp A'C$. Gọi H là giao điểm của $A'C$ và $(BC'D)$ $\Rightarrow \widehat{BHD}$ là góc phẳng của $[B; A'C; D]$. Các tam giác vuông $HA'B, HA'D, HA'C'$ bằng nhau $\Rightarrow HB = HC' = HD$ $\Rightarrow H$ là tâm $\Delta BC'D$ đều $\Rightarrow \widehat{BHD} = 120^\circ$.	0,25 đ hoặc 0,25 đ 0,5 đ

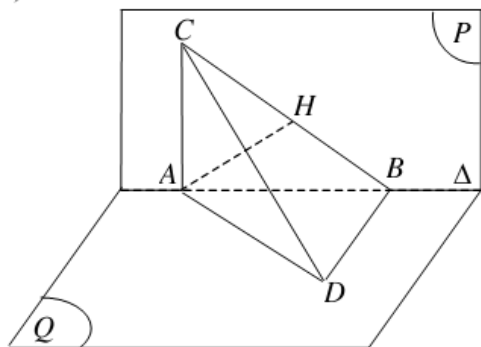
2) 	a) Từ giả thiết ta có $C(a; a; 0); C'(a; a; b) \Rightarrow M(a; a; \frac{b}{2}).$ Vậy $\overrightarrow{BD} = (-a; a; 0)$, $\overrightarrow{BM} = (0; a; \frac{b}{2})$ $\Rightarrow [\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BM}] = \left(\frac{ab}{2}; \frac{ab}{2}; -a^2 \right).$ $\overrightarrow{BA'} = (-a; 0; b) \Rightarrow [\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BM}] \cdot \overrightarrow{BA'} = \frac{-3a^2b}{2}.$ Do đó $V_{BDA'M} = \frac{1}{6} \left [\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BM}] \cdot \overrightarrow{BA'} \right = \frac{a^2b}{4}.$ b) Mặt phẳng (BDM) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1} = [\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BM}] = \left(\frac{ab}{2}; \frac{ab}{2}; -a^2 \right)$, mặt phẳng $(A'BD)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2} = [\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA'}] = (ab; ab; a^2).$ Do đó $(BDM) \perp (A'BD) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{a^2b^2}{2} + \frac{a^2b^2}{2} - a^4 = 0 \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1.$	<u>2 điểm</u> 0, 25 đ 0, 25 đ 0, 25 đ 0, 25 đ 0, 5 đ 0, 5 đ
---	--	--

Khối B 2003

	2) Ta có $A'M \parallel NC \Rightarrow A'MCN$ là hình bình hành, do đó $A'C$ và MN cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường. Mặt khác $A'DCB'$ là hình bình hành nên trung điểm I của $A'C$ cũng chính là trung điểm của $B'D$. Vậy MN và $B'D$ cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên $B'MDN$ là hình bình hành. Do đó B', M, D, N cùng thuộc một mặt phẳng. Mặt khác $DM^2 = DA^2 + AM^2 = DC^2 + CN^2 = DN^2$, hay $DM = DN$. Vậy hình bình hành $B'MDN$ là hình thoi. Do đó $B'MDN$ là hình vuông $\Leftrightarrow MN = B'D \Leftrightarrow AC = B'D \Leftrightarrow AC^2 = B'D^2 = B'B^2 + BD^2 \Leftrightarrow 3a^2 = B'B^2 + a^2 \Leftrightarrow BB' = a\sqrt{2} \Leftrightarrow AA' = a\sqrt{2}.$	<u>1 điểm</u> 0,5đ 0,5đ
---	--	--

Khối D 2003

3)



Ta có $(P) \perp (Q)$ và $\Delta = (P) \cap (Q)$, mà $AC \perp \Delta \Rightarrow AC \perp (Q) \Rightarrow AC \perp AD$, hay $\angle CAD = 90^\circ$. Tương tự, ta có $BD \perp \Delta$ nên $BD \perp (P)$, do đó $\angle CBD = 90^\circ$. Vậy A và B nằm trên mặt cầu đường kính CD. Và bán kính của mặt cầu là:

$$R = \frac{CD}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{BC^2 + BD^2} = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + AC^2 + BD^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi H là trung điểm của BC $\Rightarrow AH \perp BC$. Do $BD \perp (P)$ nên $BD \perp AH \Rightarrow AH \perp (BCD)$.

Vậy AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) và $AH = \frac{1}{2} BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

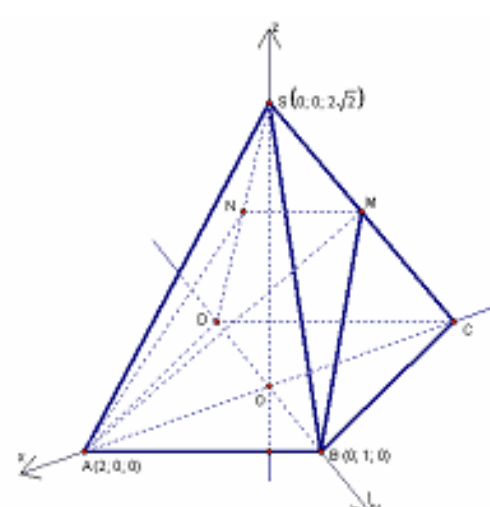
1 điểm

0,25đ

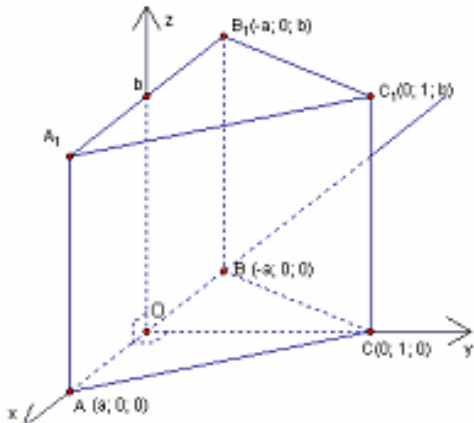
0,25đ

0,5đ

A2004

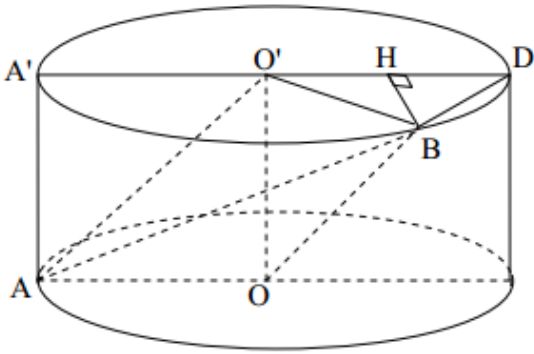
	+ Ta có: $C(-2; 0; 0)$, $D(0; -1; 0)$, $M(-1; 0; \sqrt{2})$, $\overrightarrow{SA} = (2; 0; -2\sqrt{2})$, $\overrightarrow{BM} = (-1; -1; \sqrt{2})$.	0,25
	Gọi α là góc giữa SA và BM. Ta được: $\cos \alpha = \left \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BM}) \right = \frac{ \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BM} }{ \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BM} } = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$.	0,25
	+ Ta có: $[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BM}] = (-2\sqrt{2}; 0; -2)$, $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 0)$.	0,25
	Vậy: $d(SA, BM) = \frac{ \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BM} }{ \overrightarrow{SA} \times \overrightarrow{BM} } = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ 	0,25
III.2.b	(1,0 điểm)	
	Ta có $MN \parallel AB \parallel CD \Rightarrow N$ là trung điểm SD $\Rightarrow N(0; -\frac{1}{2}; \sqrt{2})$.	0,25
	$\overrightarrow{SA} = (2; 0; -2\sqrt{2})$, $\overrightarrow{SM} = (-1; 0; -\sqrt{2})$, $\overrightarrow{SB} = (0; 1; -2\sqrt{2})$, $\overrightarrow{SN} = (0; -\frac{1}{2}; -\sqrt{2})$ $\Rightarrow [\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] = (0; 4\sqrt{2}; 0)$.	0,25
	$V_{S.ABM} = \frac{1}{6} [\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{SB} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	0,25
	$V_{S.AMN} = \frac{1}{6} [\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{SN} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \sqrt{2}$	0,25

D2004

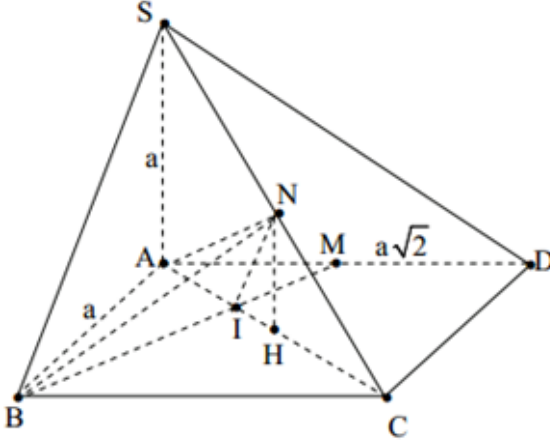
	2 Tính khoảng cách giữa B_1C và AC_1,... (1,0 điểm) a) Từ giả thiết suy ra: $C_1(0; 1; b)$, $\overrightarrow{B_1C} = (a; 1; -b)$ $\overrightarrow{AC_1} = (-a; 1; b)$, $\overrightarrow{AB_1} = (-2a; 0; b)$	 0,25
--	---	--

	$d(B_1C, AC_1) = \frac{\left \left[\overrightarrow{B_1C}, \overrightarrow{AC_1} \right] \overrightarrow{AB_1} \right }{\left \left[\overrightarrow{B_1C}, \overrightarrow{AC_1} \right] \right } = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$	0,25
--	--	-------------

A2005

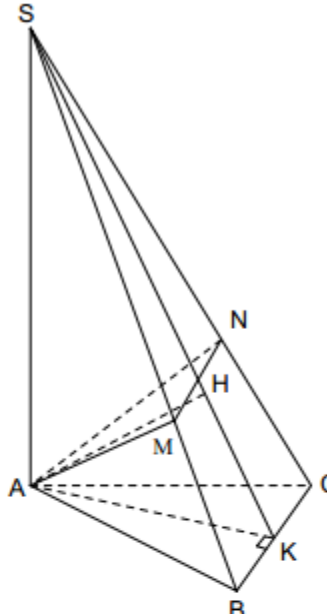
2	Tính thể tích của khối tứ diện (1,00 điểm)	
	Kẻ đường sinh AA'. Gọi D là điểm đối xứng với A' qua O' và H là hình chiếu của B trên đường thẳng $A'D$. 	
	Do $BH \perp A'D$ và $BH \perp AA'$ nên $BH \perp (AA'O')$.	0,25
	Suy ra: $V_{OO'AB} = \frac{1}{3} \cdot BH \cdot S_{\triangle AOO'}$.	0,25
	Ta có: $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{3}a \Rightarrow BD = \sqrt{A'D^2 - A'B^2} = a$ $\Rightarrow \triangle BO'D$ đều $\Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.	0,25
	Vì $\triangle AOO'$ là tam giác vuông cân cạnh bên bằng a nên: $S_{\triangle AOO'} = \frac{1}{2}a^2$. Vậy thể tích khối tứ diện $OO'AB$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.	0,25

B2006

2	Tính thể tích của khối tứ diện ANIB (1,00 điểm)	
		

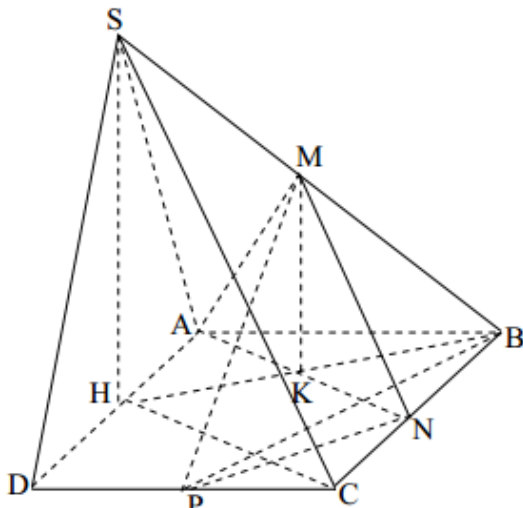
Xét $\triangle ABM$ và $\triangle BCA$ vuông có $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \triangle ABM$ đồng dạng $\triangle BCA$ $\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{BCA} \Rightarrow \widehat{ABM} + \widehat{BAC} = \widehat{BCA} + \widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ$ $\Rightarrow MB \perp AC$ (1)	0,25
$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp MB$ (2). Từ (1) và (2) $\Rightarrow MB \perp (SAC) \Rightarrow (SMB) \perp (SAC)$.	0,25
Gọi H là trung điểm của AC $\Rightarrow NH$ là đường trung bình của $\triangle SAC$ $\Rightarrow NH = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$ và $NH \parallel SA$ nên $NH \perp (ABI)$, do đó $V_{ANIB} = \frac{1}{3} NH \cdot S_{\triangle ABI}$.	0,25
$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $BI^2 = AB^2 - AI^2 \Rightarrow BI = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S_{\triangle ABI} = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}$ $\Rightarrow V_{ANIB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.	0,25

D2006

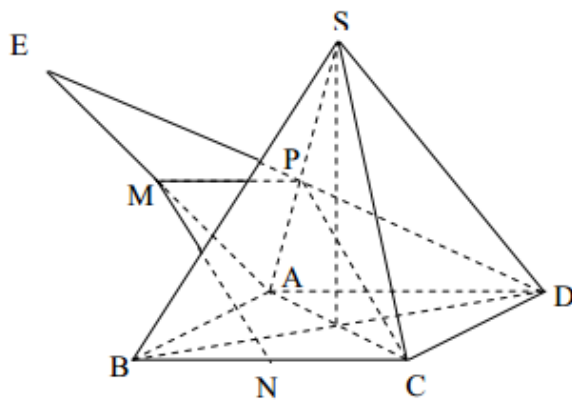
		
	Gọi K là trung điểm của BC, H là hình chiếu vuông góc của A trên SK. Do $BC \perp AK, BC \perp SA$ nên $BC \perp AH$. Do $AH \perp SK, AH \perp BC$ nên $AH \perp (SBC)$.	0,25
	Xét tam giác vuông SAK: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$.	0,25
	Xét tam giác vuông SAB: $SA^2 = SM.SB \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{4}{5}$. Xét tam giác vuông SAC: $SA^2 = SN.SC \Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{4}{5}$. Suy ra: $\frac{S_{SMN}}{S_{SBC}} = \frac{16}{25} \Rightarrow S_{BCNM} = \frac{9}{25} S_{SBC} = \frac{9\sqrt{19}a^2}{100}$.	0,25
	Vậy, thể tích của khối chóp A.BCNM là: $V = \frac{1}{3} . AH . S_{BCNM} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{50}$.	0,25

A2007

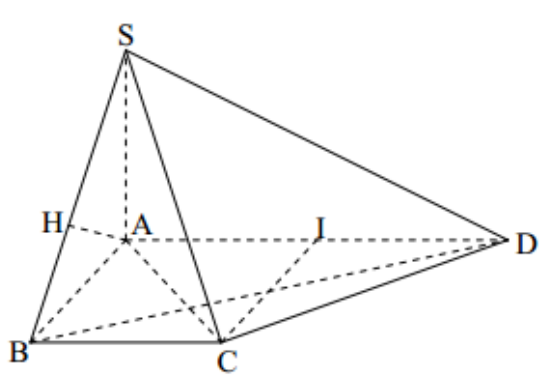
2	Chứng minh $AM \perp BP$ và tính thể tích khối tứ diện $CMNP$ (1,00 điểm)	
	Gọi H là trung điểm của AD. Do $\triangle SAD$ đều nên $SH \perp AD$. Do $(SAD) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$ $\Rightarrow SH \perp BP$ (1). Xét hình vuông $ABCD$ ta có $\triangle CDH = \triangle BCP \Rightarrow$ $CH \perp BP$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $BP \perp (SHC)$. Vì $MN \parallel SC$ và $AN \parallel CH$ nên $(AMN) \parallel (SHC)$. Suy ra $BP \perp (AMN) \Rightarrow BP \perp AM$.	0,50
	Kẻ $MK \perp (ABCD), K \in (ABCD)$. Ta có: $V_{CMNP} = \frac{1}{3} MK \cdot S_{CNP}$. Vì $MK = \frac{1}{2} SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$, $S_{CNP} = \frac{1}{2} CN \cdot CP = \frac{a^2}{8}$ nên $V_{CMNP} = \frac{\sqrt{3}a^3}{96}$ (đvtt).	0,50



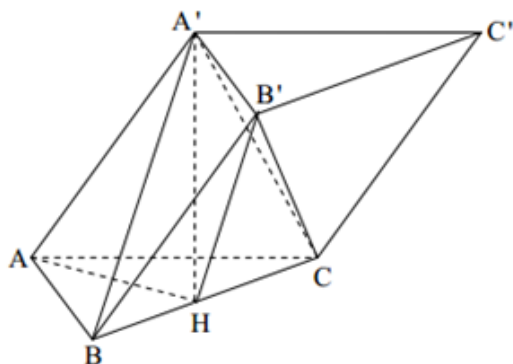
B2007

2	(1,00 điểm)	
	Gọi P là trung điểm của SA. Ta có MNCP là hình bình hành nên MN song song với mặt phẳng (SAC). Mặt khác, $BD \perp (SAC)$ nên $BD \perp MN$. 	0,50
	Vì $MN \parallel (SAC)$ nên $d(MN; AC) = d(N; (SAC)) = \frac{1}{2} d(B; (SAC)) = \frac{1}{4} BD = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$ Vậy $d(MN; AC) = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$	0,50

D2007

	2 Chứng minh $\triangle SCD$ vuông và tính khoảng cách từ H đến (SCD) (1,00 điểm) Gọi I là trung điểm của AD. Ta có: $IA = ID = IC = a \Rightarrow CD \perp AC$. Mặt khác, $CD \perp SA$. Suy ra $CD \perp SC$ nên tam giác SCD vuông tại C.  Trong tam giác vuông SAB ta có: $\frac{SH}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{2a^2}{2a^2 + a^2} = \frac{2}{3}$ Gọi d_1 và d_2 lần lượt là khoảng cách từ B và H đến mặt phẳng (SCD) thì $\frac{d_2}{d_1} = \frac{SH}{SB} = \frac{2}{3} \Rightarrow d_2 = \frac{2}{3}d_1.$ Ta có: $d_1 = \frac{3V_{B.SCD}}{S_{SCD}} = \frac{SA \cdot S_{BCD}}{S_{SCD}}$. $S_{BCD} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2}a^2.$ $S_{SCD} = \frac{1}{2}SC \cdot CD = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} \cdot \sqrt{IC^2 + ID^2} = a^2\sqrt{2}.$ Suy ra $d_1 = \frac{a}{2}$. Vậy khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) là: $d_2 = \frac{2}{3}d_1 = \frac{a}{3}$.	0,50 0,50
--	---	-------------------------

A2008



Gọi H là trung điểm của BC.

Suy ra $A'H \perp (ABC)$ và $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 3a^2} = a$.

Do đó $A'H^2 = A'A^2 - AH^2 = 3a^2 \Rightarrow A'H = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{a^3}{2}$ (đvtt).

0,50

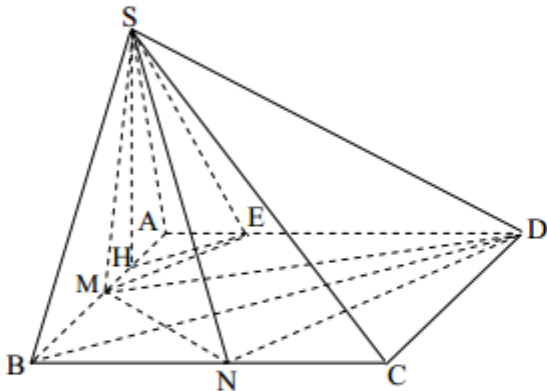
Trong tam giác vuông $A'B'H$ có: $HB' = \sqrt{A'B'^2 + A'H^2} = 2a$ nên tam giác $B'BH$ cân tại B' .

Đặt φ là góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ thì $\varphi = \widehat{B'BH}$

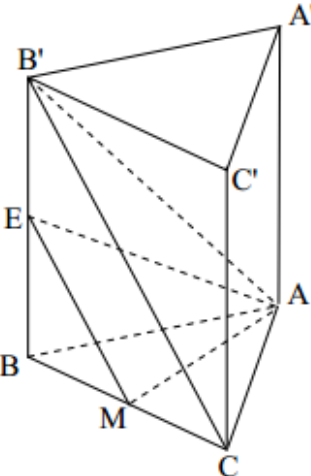
Vậy $\cos\varphi = \frac{a}{2.2a} = \frac{1}{4}$.

0,50

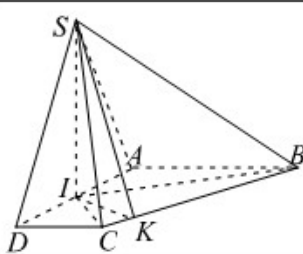
B2008

	Gọi H là hình chiếu của S trên AB, suy ra $SH \perp (ABCD)$. Do đó SH là đường cao của hình chóp S.BMDN. Ta có: $SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = AB^2$ nên tam giác SAB vuông tại S, suy ra $SM = \frac{AB}{2} = a$. Do đó tam giác SAM đều, suy ra $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích tứ giác BMDN là $S_{BMDN} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = 2a^2$. Thể tích khối chóp S.BMDN là $V = \frac{1}{3}SH.S_{BMDN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt). 	0,50
	Kẻ $ME \parallel DN$ ($E \in AD$) suy ra $AE = \frac{a}{2}$. Đặt φ là góc giữa hai đường thẳng SM và DN. Ta có $(\widehat{SM, ME}) = \varphi$. Theo định lý ba đường vuông góc ta có $SA \perp AE$ Suy ra $SE = \sqrt{SA^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $ME = \sqrt{AM^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Tam giác SME cân tại E nên $\widehat{SME} = \varphi$ và $\cos\varphi = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.	0,50

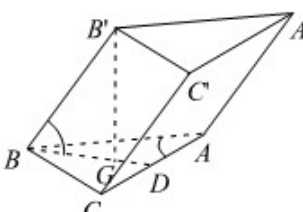
D2008

2	Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách giữa hai đường thẳng (1,00 điểm)	
	Từ giả thiết suy ra tam giác ABC vuông cân tại B. Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} a^3$ (đvtt). 	0,50
	Gọi E là trung điểm của BB'. Khi đó mặt phẳng (AME) song song với B'C nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, B'C bằng khoảng cách giữa B'C và mặt phẳng (AME). Nhận thấy khoảng cách từ B đến mặt phẳng (AME) bằng khoảng cách từ C đến mặt phẳng (AME). Gọi h là khoảng cách từ B đến mặt phẳng (AME). Do tứ diện BAME có BA, BM, BE đôi một vuông góc nên $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BE^2} \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{7}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$ Khoảng cách giữa hai đường thẳng B'C và AM bằng $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.	0,50

A2009

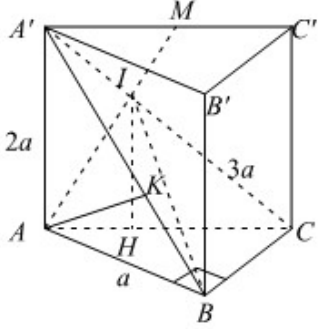
IV (1,0 điểm)	Tính thể tích khối chóp...	
	 $(SIB) \perp (ABCD)$ và $(SIC) \perp (ABCD)$; suy ra $SI \perp (ABCD)$. Kẻ $IK \perp BC$ ($K \in BC$) $\Rightarrow BC \perp (SIK) \Rightarrow \widehat{SKI} = 60^\circ$.	0,50
	Diện tích hình thang $ABCD$: $S_{ABCD} = 3a^2$. Tổng diện tích các tam giác ABI và CDI bằng $\frac{3a^2}{2}$; suy ra $S_{\triangle IBC} = \frac{3a^2}{2}$.	0,25
	$BC = \sqrt{(AB - CD)^2 + AD^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow IK = \frac{2S_{\triangle IBC}}{BC} = \frac{3\sqrt{5}a}{5} \Rightarrow SI = IK \cdot \tan \widehat{SKI} = \frac{3\sqrt{15}a}{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$.	0,25

B2009

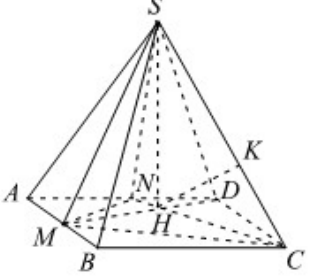
IV (1,0 điểm)	Tính thể tích khối chóp...	
	 Gọi D là trung điểm AC và G là trọng tâm tam giác ABC ta có $B'G \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{B'BG} = 60^\circ$ $\Rightarrow B'G = B'B \cdot \sin \widehat{B'BG} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG = \frac{a}{2} \Rightarrow BD = \frac{3a}{4}$. Tam giác ABC có: $BC = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$, $AC = \frac{AB}{2} \Rightarrow CD = \frac{AB}{4}$.	0,50
	$BC^2 + CD^2 = BD^2 \Rightarrow \frac{3AB^2}{4} + \frac{AB^2}{16} = \frac{9a^2}{16} \Rightarrow AB = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$, $AC = \frac{3a\sqrt{13}}{26}$; $S_{\triangle ABC} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{104}$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	Thể tích khối tứ diện $A'ABC$: $V_{A'ABC} = V_{B'ABC} = \frac{1}{3} B'G \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{9a^3}{208}$.	0,25

D2009

IV (1,0 điểm)	Tính thể tích khối chóp...  Hạ $IH \perp AC$ ($H \in AC$) $\Rightarrow IH \perp (ABC)$; IH là đường cao của tứ diện $IABC$. $\Rightarrow IH \parallel AA' \Rightarrow \frac{IH}{AA'} = \frac{CI}{CA'} = \frac{2}{3} \Rightarrow IH = \frac{2}{3} AA' = \frac{4a}{3}.$ $AC = \sqrt{A'C^2 - A'A^2} = a\sqrt{5}, \quad BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a.$ Diện tích tam giác ABC: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2$. Thể tích khối tứ diện $IABC$: $V = \frac{1}{3} IH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{4a^3}{9}$.	0,50
Câu	Đáp án Hạ $AK \perp A'B$ ($K \in A'B$). Vì $BC \perp (ABB'A')$ nên $AK \perp BC \Rightarrow AK \perp (IBC)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (IBC) là AK. $AK = \frac{2S_{\Delta A'B}}{A'B} = \frac{AA' \cdot AB}{\sqrt{A'A^2 + AB^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$	Điểm 0,25 0,25

A2010

IV (1,0 điểm)	 • Thể tích khối chóp $S.CDNM$. $S_{CDNM} = S_{ABCD} - S_{AMN} - S_{BCM}$ $= AB^2 - \frac{1}{2} AM \cdot AN - \frac{1}{2} BC \cdot BM$ $= a^2 - \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{8}.$ $V_{S.CDNM} = \frac{1}{3} S_{CDNM} \cdot SH = \frac{5\sqrt{3} a^3}{24}.$ • Khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC. $\Delta ADM = \Delta DCN \Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{DCN} \Rightarrow DM \perp CN$, kết hợp với $DM \perp SH$, suy ra $DM \perp (SHC)$. Hạ $HK \perp SC$ ($K \in SC$), suy ra HK là đoạn vuông góc chung của DM và SC, do đó: $d(DM, SC) = HK$.	0,25 0,25 0,25
	Ta có: $HC = \frac{CD^2}{CN} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ và $HK = \frac{SH \cdot HC}{\sqrt{SH^2 + HC^2}} = \frac{2\sqrt{3} a}{\sqrt{19}}$, do đó: $d(DM, SC) = \frac{2\sqrt{3} a}{\sqrt{19}}$.	0,25

B1010

Mấy bài những năm tiếp theo chúng ta đã làm, các em xem lại vở nhé !

Chúc các em học tốt