SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU
NĂM HỌC 2015 – 2016

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: ***150*** *phút, không kể thời gian giao đề.*

Câu 1 (**7,0** ***điểm***).

a) Giải phương trình $\sqrt{x^2-5x+4}+2\sqrt{x+5}=2\sqrt{x-4}+\sqrt{x^2+4x-5}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\left(x-\dfrac{1}{y}\right)\left(y+\dfrac{1}{x}\right)=2\\ 2x^2y+xy^2-4xy=2x-y\end{cases}$.

Câu 2 (**2,0** ***điểm***).

Cho a,b là các số nguyên dương thỏa mãn $a^2+b^2 \,\vdots\, ab$.

Tính giá trị của biểu thức $A=\dfrac{a^2+b^2}{2ab}\cdot$

Câu 3 (**2,0** ***điểm***).

Cho a,b,c là các số thực. Chứng minh $(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)\ge \dfrac{3(a+b+c)^2}{4}$.

Câu 4 (**7,0** ***điểm***).

Cho đường tròn $(O;R)$ có BC là dây cố định $(BC<2R)$; E là điểm chính giữa cung nhỏ BC. Gọi A là điểm di động trên cung lớn BC và AB < AC (A khác B). Trên đoạn AC lấy điểm D khác C sao cho ED = EC. Tia BD cắt đường tròn $(O;R)$ tại điểm thứ hai là F.

a) Chứng minh D là trực tâm của tam giác AEF.

b) Gọi H là trực tâm của tam giác DEC; DH cắt BC tại N. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BDN cắt đường tròn (O;R) tại điểm thứ hai là M. Chứng minh đường thẳng DM luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5 (**2,0** ***điểm***).

Cho tập hợp A gồm 21 phần tử là các số nguyên khác nhau thỏa mãn tổng của 11 phần tử bất kỳ lớn hơn tổng của 10 phần tử còn lại. Biết các số 101 và 102 thuộc A. Tìm tất cả các phần tử của A.

----------HẾT----------

Họ và tên thí sinh...*Số báo danh*...............................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀOTẠO NGHỆ AN	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NĂM HỌC 2015 – 2016

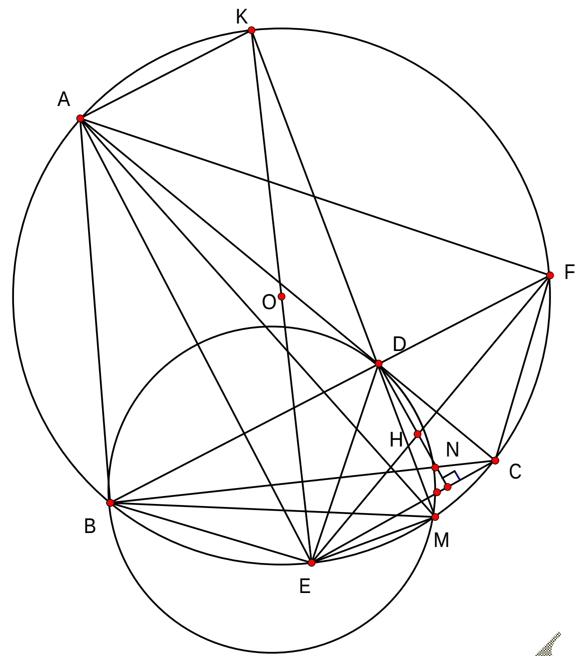
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN

(Hướng dẫn chấm này gồm 03 trang)

Câu		Nội dung	Điểm
Câu 1 7,0đ	**a 3,0 đ**	ĐKXĐ: $x \ge 4$. $\sqrt{x^2-5x+4}+2\sqrt{x+5}=2\sqrt{x-4}+\sqrt{x^2+4x-5}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x-4)}+2\sqrt{x+5}-2\sqrt{x-4}-\sqrt{(x-1)(x+5)}=0$	**0,5**
		$\Leftrightarrow \sqrt{x-1}\left(\sqrt{x-4}-\sqrt{x+5}\right)-2\left(\sqrt{x-4}-\sqrt{x+5}\right)=0$	**0,5**
		$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x-1}-2\right)\left(\sqrt{x-4}-\sqrt{x+5}\right)=0$	**0,5**
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-4}=\sqrt{x+5}\\ \sqrt{x-1}=2\end{array}\right.$	**0,5**
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-4=x+5\\ x-1=4\end{array}\right.$	**0,5**
		$\Leftrightarrow x=5$ (thỏa mãn). Vậy phương trình có nghiệm $x=5$.	**0,5**
	b 4,0 đ	ĐKXĐ: $x \ne 0; y \ne 0$. $\begin{cases}\left(x-\dfrac{1}{y}\right)\left(y+\dfrac{1}{x}\right)=2 & (1)\\ 2x^2y+xy^2-4xy=2x-y. & (2)\end{cases}$ Phương trình (2) $\Leftrightarrow 2x+y-4=\dfrac{2}{y}-\dfrac{1}{x}$	**0,5**
		$\Leftrightarrow 2(x-\dfrac{1}{y})+(y+\dfrac{1}{x})=4 \quad (3)$	**0,5**
		Đặt $\begin{cases}a=x-\dfrac{1}{y}\\ b=y+\dfrac{1}{x}\end{cases}$. Kết hợp với (1) và(3) ta có hệ $\begin{cases}ab=2\\ 2a+b=4\end{cases}$	**0,5**
		$\Leftrightarrow \begin{cases}a(4-2a)=2\\ b=4-2a\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2-2a+1=0\\ b=4-2a\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$	**0,5**

Câu	Nội dung	Điểm
	Với $\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$ ta có $\begin{cases}x-\frac{1}{y}=1\\y+\frac{1}{x}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy-1=y\\xy+1=2x\end{cases}$	**0,5**
	$\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x-2\\x(2x-2)+1=2x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x-2\\2x^2-4x+1=0\end{cases}$	**0,5**
	$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2+\sqrt2}{2}\\y=\sqrt2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=\frac{2-\sqrt2}{2}\\y=-\sqrt2\end{cases}$ (thỏa mãn). Vậy hệ đã cho có các nghiệm (x;y) là $(\frac{2+\sqrt2}{2};\sqrt2)$ và $(\frac{2-\sqrt2}{2};-\sqrt2)$.	**1,0**
Câu 2 **2,0 đ**	Ký hiệu (x;y) là ước chung lớn nhất của hai số nguyên x và y. Gọi d = (a;b) => $a=da_1;b=db_1$, với $(a_1;b_1)=1$ $\Rightarrow a^2+b^2=d^2(a_1^2+b_1^2)$ và $ab=d^2a_1b_1$	**0,5**
	$\Rightarrow d^2(a_1^2+b_1^2)\vdots d^2a_1b_1\Rightarrow a_1^2+b_1^2\vdots a_1b_1$	**0,5**
	$\Rightarrow a_1^2\vdots b_1\Rightarrow a_1\cdot a_1\vdots b_1$ mà $(a_1;b_1)=1\Rightarrow a_1\vdots b_1$ Tương tự $b_1\vdots a_1$ suy ra $a_1=b_1=1$	**0,5**
	$\Rightarrow A=\frac{d^2(a_1^2+b_1^2)}{2d^2a_1b_1}=1.$	**0,5**
Câu 3 **2,0 đ**	Đặt $x=a\sqrt2,y=b\sqrt2,z=c\sqrt2$. Ta cần chứng minh $(x^2+2)(y^2+2)(z^2+2)\ge 3(x+y+z)^2$.	**0,5**
	Ta có $(x^2+2)(y^2+2)=(x^2+1)(y^2+1)+x^2+y^2+3=x^2y^2+1+2x^2+2y^2+3$ $\Rightarrow (x^2+2)(y^2+2)\ge 2xy+x^2+y^2+\frac{(x+y)^2}{2}+3=\frac32\left[(x+y)^2+2\right]$	**0,5**
	$\Rightarrow (x^2+2)(y^2+2)(z^2+2)\ge\frac32\left[(x+y)^2z^2+4+2(x+y)^2+2z^2\right]$	**0,5**
	$\ge\frac32\left[4(x+y)z+2(x+y)^2+2z^2\right]=3(x+y+z)^2$ $\Rightarrow (a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)\ge\frac{3(a+b+c)^2}{4}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{\sqrt2}$.	**0,5**

Câu		Nội dung	Điểm
			
Câu 4 7,0 đ	**a 4,0 đ**	Tứ giác ABEC nội tiếp suy ra $\widehat{ABE}+\widehat{ACE}=180^o$	**0,5**
		Mà $\widehat{EDC}=\widehat{ACE}$ và $\widehat{ADE}+\widehat{EDC}=180^o$	**0,5**
		nên $\widehat{ABE}=\widehat{ADE}$. Kết hợp với $\widehat{BAE}=\widehat{DAE}$ => $\widehat{ABE}=\widehat{ADE}$.	**0,5**
		Mặt khác EB = EC = ED nên AE là trung trực của đoạn BD	**0,5**
		=> $AE\perp BF$ (1) và AB = AD => $\widehat{ABD}=\widehat{ADB}$.	**0,5**
		Kết hợp với $\widehat{ABD}=\widehat{DCF}$ (cùng chắn cung AF) và $\widehat{ADB}=\widehat{FDC}$ (đối đỉnh). Suy ra $\widehat{FDC}=\widehat{FCD}\Rightarrow$ tam giác FDC cân tại F.	**0,5**
		=> FD = FC. Kết hợp với ED = EC => EF là trung trực của DC => $DC\perp EF$ (2).	**0,5**
		Từ (1) và (2) suy ra D là trực tâm của tam giác AEF.	**0,5**
	b 3,0 đ	Kẻ đường kính EK của (O;R).Khi đó điểm K cố định. Tứ giác BDNM nội tiếp nên $\widehat{BMD}=\widehat{BND}$	**0,5**
		=> $\widehat{BMD}=90^o-\widehat{BCE}=90^o-\frac{1}{2}\widehat{BAC}$ (3)	**0,5**
		Tứ giác ABMK nội tiếp nên $\widehat{BMK}=180^0-\widehat{BAK}$.	**0,5**
		Mà $\widehat{BAK}=\widehat{BAE}+\widehat{EAK}=90^o+\frac{1}{2}\widehat{BAC}$	**0,5**
		$\Rightarrow\widehat{BMK}=90^o-\frac{1}{2}\widehat{BAC}$ (4). Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{BMD}=\widehat{BMK}$	**0,5**
		Suy ra ba điểm M, D, K thẳng hàng. Do đó MD luôn đi qua điểm K cố định.	**0,5**

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 5 **2,0 đ**	Giả sử $A=\{a_1;a_2;a_{3;}...;a_{21}\}$ với $a_1;a_2;a_{3;}...;a_{21}\in Z$ và $a_1<a_2<a_3<...<a_{21}$. Theo giả thiết ta có $a_1+a_2+a_3+...+a_{11}>a_{12}+a_{13}+...+a_{21}$ $\Leftrightarrow a_1>a_{12}-a_2+a_{13}-a_3+...+a_{21}-a_{11}$ (1)	**0,5**
	Mặt khác với $x;y\in Z$ và $x<y$ thì $y\ge x+1$ => $a_{12}-a_2\ge 10$, $a_{13}-a_3\ge 10,...,a_{21}-a_{11}\ge 10$ (2) Nên từ (1) suy ra $a_1>$ 10+10+...+10 = 100 => a_1=101 (vì 101∈ A).	**0,5**
	=>$101>a_{12}-a_2+a_{13}-a_3+...+a_{21}-a_{11}\ge 100$ => $a_{12}-a_2+a_{13}-a_3+...+a_{21}-a_{11}=100$. Kết hợp với (2) => $a_{12}-a_2=a_{13}-a_3=...=a_{21}-a_{11}=10$ (3) $\Rightarrow 10=a_{12}-a_2=(a_{12}-a_{11})+(a_{11}-a_{10})+...+(a_3-a_2)\ge 10$ $\Rightarrow a_{12}-a_{11}=a_{11}-a_{10}=...=a_3-a_2=1$ (4)	**0,5**
	Ta có a_1=101 mà 102∈ A => a_2=102 Kết hợp với (3) và (4) suy ra $A=\{101;102;103;...;121\}$.	**0,5**

Lưu ý: *- Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.*

- Điểm bài thi là tổng các điểm thành phần, không làm tròn.

Chúc các em thành công!