

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2. Tìm điểm M thuộc đường thẳng $y=3x-2$ sao tổng khoảng cách từ M tới hai điểm cực trị nhỏ nhất.

Câu II (1 điểm)

Giải phương trình: $\cos 2x + 2 \sin x - 1 - 2 \sin x \cos 2x = 0$

Câu III (1 điểm)

Tính tích phân: $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{\sin x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx$

Câu IV (1 điểm)

Tìm số phức z thỏa mãn : $|z - 2 + i| = 2$. Biết phần ảo nhỏ hơn phần thực 3 đơn vị.

Câu V (1 điểm)

Cho hình chóp S.ABC có mặt đáy (ABC) là tam giác đều cạnh a . Chân đường vuông góc hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA biết $SA=a$ và SA tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 30° .

Câu VI (1 điểm)

Cho ba điểm A(1;5;4), B(0;1;1), C(1;2;1). Tìm tọa độ điểm D thuộc đường thẳng AB sao cho độ dài đoạn thẳng CD nhỏ nhất.

Câu VII (1 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: 3x+y-2=0$ và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.

Câu VIII (1 điểm)

Giải bất phương trình $(4x - 3)\sqrt{x^2 - 3x + 4} \geq 8x - 6$

Câu IX (1 điểm)

Cho a, b, c dương và $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^3}{\sqrt{b^2 + 3}} + \frac{b^3}{\sqrt{c^2 + 3}} + \frac{c^3}{\sqrt{a^2 + 3}}$$

-----Hết-----

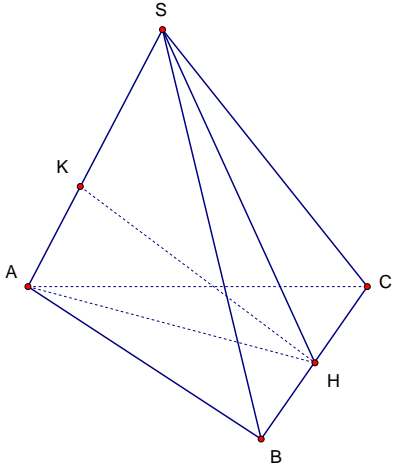
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên:.....SBD:.....

ĐÁP ÁN THANG ĐIỂM ĐỀ SỐ 2

Câu		Nội dung	Điểm															
Câu I	1	<p>Tập xác định: $D=\mathbb{R}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = +\infty$</p> <p>$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$</p> <p>Bảng biến thiên:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">x</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">y'</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">y</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↗ 2 ↘</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘ -2 ↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> </table> <p>Hàm số đồng biến trên khoảng: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ $f_{CD} = f(0) = 2$; $f_{CT} = f(2) = -2$ $y'' = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ khi $x = 1 \Rightarrow y = 0$ $x = 3 \Rightarrow y = 2$ $x = -1 \Rightarrow y = -2$</p> <div style="text-align: center;"> </div>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	y	$-\infty$	↗ 2 ↘	↘ -2 ↗	$+\infty$	0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
y'	+	0	-	0														
y	$-\infty$	↗ 2 ↘	↘ -2 ↗	$+\infty$														
2	<p>Gọi tọa độ điểm cực đại là $A(0; 2)$, điểm cực tiểu $B(2; -2)$</p> <p>Xét biểu thức $P = 3x - y - 2$</p> <p>Thay tọa độ điểm $A(0; 2) \Rightarrow P = -4 < 0$, thay tọa độ điểm $B(2; -2) \Rightarrow P = 6 > 0$</p> <p>Vậy 2 điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía của đường thẳng $y = 3x - 2$, để $MA + MB$ nhỏ nhất \Rightarrow 3 điểm A, M, B thẳng hàng</p> <p>Phương trình đường thẳng AB: $y = -2x + 2$</p> <p>Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ:</p> $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = -2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{4}{5}; \frac{2}{5}\right)$	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ																

Câu II	<p>Giải phương trình: $\cos 2x + 2 \sin x - 1 - 2 \sin x \cos 2x = 0$ (1)</p> $(1) \Leftrightarrow \cos 2x(1 - 2 \sin x) - (1 - 2 \sin x) = 0$ $\Leftrightarrow (\cos 2x - 1)(1 - 2 \sin x) = 0$ <p>Khi $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$</p> <p>Khi $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$</p>	<p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p>
Câu III	<p>Tính</p> $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{\sin x \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx = \sqrt{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{\sin x (\sin x + \cos x)} dx$ $= \sqrt{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{\sin^2 x (1 + \cot x)} dx$ <p>Đặt $1 + \cot x = t \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x} dx = -dt$</p> <p>Khi $x = \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow t = 1 + \sqrt{3}; x = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}$</p> <p>Vậy $I = \sqrt{2} \int_{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}+1} \frac{t-1}{t} dt = \sqrt{2} (t - \ln t) \Big _{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}+1} = \sqrt{2} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - \ln \sqrt{3} \right)$</p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
Câu IV	<p>Gọi số phức $z = a + bi$</p> <p>Theo bài ra ta có: $\begin{cases} a - 2 + (b + 1)i = 2 \\ b = a - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a - 2)^2 + (b + 1)^2 = 4 \\ b = a - 2 \end{cases}$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - \sqrt{2} \\ b = -1 - \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + \sqrt{2} \\ b = -1 + \sqrt{2} \end{cases}$ <p>Vậy số phức cần tìm là: $z = 2 - \sqrt{2} + (-1 - \sqrt{2})i; z = 2 + \sqrt{2} + (-1 + \sqrt{2})i.$</p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>

<p>Câu V</p>	<p>Gọi chân đường vuông góc hạ từ S xuống BC là H. Xét ΔSHA (vuông tại H) $AH = SA \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Mà ΔABC đều cạnh a, mà cạnh $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow H$ là trung điểm của cạnh BC $\Rightarrow AH \perp BC$, mà $SH \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAH)$ Từ H hạ đường vuông góc xuống SA tại K $\Rightarrow HK$ là khoảng cách giữa BC và SA $\Rightarrow HK = AH \sin 30^\circ = \frac{AH}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$</p>		<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
<p>Câu VI</p>	<p>Ta có $\overline{AB} = (-1; -4; -3)$ Phương trình đường thẳng AB: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 - 4t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$ Để độ dài đoạn CD ngắn nhất $\Rightarrow D$ là hình chiếu vuông góc của C trên cạnh AB, gọi tọa độ điểm $D(1-a; 5-4a; 4-3a) \Rightarrow \overline{DC} = (a; 4a-3; 3a-3)$ Vì $\overline{AB} \perp \overline{DC} \Rightarrow -a-16a+12-9a+9=0 \Leftrightarrow a = \frac{21}{26}$ Tọa độ điểm D $(5/26; 23/13; 41/26)$</p>		<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
<p>Câu VII</p>	<p>Đường tròn (C) có tâm I(-1;4), bán kính R=5 Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là Δ, $\Rightarrow \Delta : 3x+y+c=0, c \neq 2$ (vì // với đường thẳng $3x+y-2=0$) Vì đường thẳng cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6 \Rightarrow khoảng cách từ tâm I đến Δ bằng $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ $\Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{ -3+4+c }{\sqrt{3^2+1}} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4\sqrt{10} - 1 \\ c = -4\sqrt{10} - 1 \end{cases}$ (thỏa mãn $c \neq 2$) Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $3x + y + 4\sqrt{10} - 1 = 0$ hoặc $3x + y - 4\sqrt{10} - 1 = 0$.</p>		<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
<p>Câu VIII</p>	<p>Giải bất phương trình: $(4x-3)\sqrt{x^2-3x+4} \geq 8x-6$ (1) $(1) \Leftrightarrow (4x-3)(\sqrt{x^2-3x+4}-2) \geq 0$ Ta có: $4x-3=0 \Leftrightarrow x=3/4$ $\sqrt{x^2-3x+4}-2=0 \Leftrightarrow x=0; x=3$</p>		<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>

	<p>Bảng xét dấu:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>0</th> <th>$\frac{3}{4}$</th> <th>2</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4x-3</td> <td></td> <td>-</td> <td> </td> <td>- 0 +</td> <td> </td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$\sqrt{x^2-3x+4}-2$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td> </td> <td>- 0 +</td> </tr> <tr> <td>Vế trái</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>- 0 +</td> </tr> </tbody> </table> <p>Vậy bất phương trình có nghiệm: $x \in \left[0; \frac{3}{4}\right] \cup [3; +\infty)$</p>	x	$-\infty$	0	$\frac{3}{4}$	2	$+\infty$	4x-3		-		- 0 +		+	$\sqrt{x^2-3x+4}-2$		+	0	-		- 0 +	Vế trái		-	0	+	0	- 0 +	0,25 đ
x	$-\infty$	0	$\frac{3}{4}$	2	$+\infty$																								
4x-3		-		- 0 +		+																							
$\sqrt{x^2-3x+4}-2$		+	0	-		- 0 +																							
Vế trái		-	0	+	0	- 0 +																							
Câu IX	<p>Ta có:</p> $\frac{a^3}{2\sqrt{b^2+3}} + \frac{a^3}{2\sqrt{b^2+3}} + \frac{b^2+3}{16} \geq 3\sqrt[3]{\frac{a^6}{64}} = \frac{3a^2}{4} \quad (1)$ $\frac{b^3}{2\sqrt{c^2+3}} + \frac{b^3}{2\sqrt{c^2+3}} + \frac{c^2+3}{16} \geq 3\sqrt[3]{\frac{b^6}{64}} = \frac{3b^2}{4} \quad (2)$ $\frac{c^3}{2\sqrt{a^2+3}} + \frac{c^3}{2\sqrt{a^2+3}} + \frac{a^2+3}{16} \geq 3\sqrt[3]{\frac{c^6}{64}} = \frac{3c^2}{4} \quad (3)$ <p>Lấy (1)+(2)+(3) ta được:</p> $P + \frac{a^2+b^2+c^2+9}{16} \geq \frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2) \quad (4)$ <p>Vì $a^2+b^2+c^2=3$</p> <p>Từ (4) $\Leftrightarrow P \geq \frac{3}{2}$ vậy giá trị nhỏ nhất $P = \frac{3}{2}$ khi $a=b=c=1$.</p>	0,5 đ																											
		0,25 đ																											
		0,25 đ																											

Hết

TRUNG TÂM GIA SƯ, LUYỆN THI ALPHA THÀNH PHỐ VINH

Địa chỉ: Số 04 - Ngõ 03 - Đường Tân Hùng - Tp.Vinh

Điện thoại : 0917.638.972 – 0984.638.972

Email: trungtamgiasu.alpha@gmail.com

Website: giasualpha.edu.vn

Facebook: <https://www.facebook.com/groups/giasualpha/>