TT GIA SƯ LUYỆN THI ALPHA | **KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015**

ĐỀ THAM KHẢO | Môn thi : **TOÁN**

Số 033.15 | *Thời gian: 180 phút*

Câu 1. (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

b) Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị *A* và *B* sao cho $OA^2 + OB^2 = 20$.

Câu 2. (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình: $\dfrac{1-\cos x}{\tan x} + \sin x = \sqrt{2}\sin\left(2x + \dfrac{7\pi}{4}\right)$.

b) Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.

Câu 3. (1,0 *điểm*). Cho số phức z thỏa mãn $\dfrac{z}{1-2i} + \overline{z} = 2$. Tìm phần thực của số phức $w = z^2 - z$

Câu 4. (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{x + 2\ln x}{(x+2)^2}dx$.

Câu 5. (1,0 *điểm*). Cho hình chóp *S.ABC* có đáy là tam giác vuông cân tại *B*, *BA* = *a*. Tam giác *SAC* cân tại *S* và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp*(ABC)*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *SA, BC;* biết góc giữa *MN* với mp(ABC) bằng 60^0.Tính thể tích khối chóp *S.ABC* và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau *AC, MN* theo a.

Câu 6. (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình chữ nhật *ABCD* có diện tích bằng 12. Tâm *I* là giao điểm của hai đường thẳng $d_1 : x - y - 3 = 0$ và đường thẳng $d_2 : x + y - 6 = 0$. Trung điểm của cạnh AD là giao điểm của d_1 với trục hoành. Xác định tọa độ bốn đỉnh của hình chữ nhật.

Câu 7. (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z}{-2}$. Tìm tọa độ điểm *M* thuộc đường thẳng *d* sao cho mặt cầu *(S)* tâm *M* tiếp xúc với trục *Oz* có bán kính bằng 2.

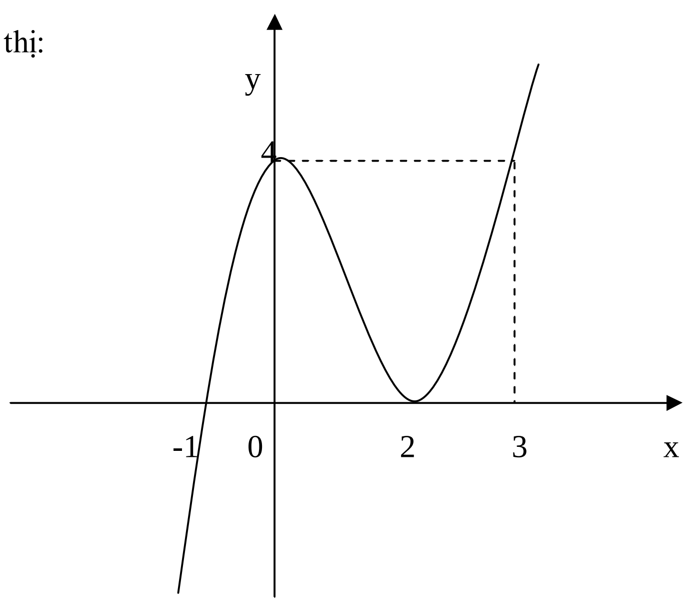
Câu 8. (1,0 *điểm*). Giải bất phương trình $(4x-3)\sqrt{x^2 - 3x + 4} \ge 8x - 6$

Câu 9. (1,0 *điểm*). Cho a,b,c là các số thực dương và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

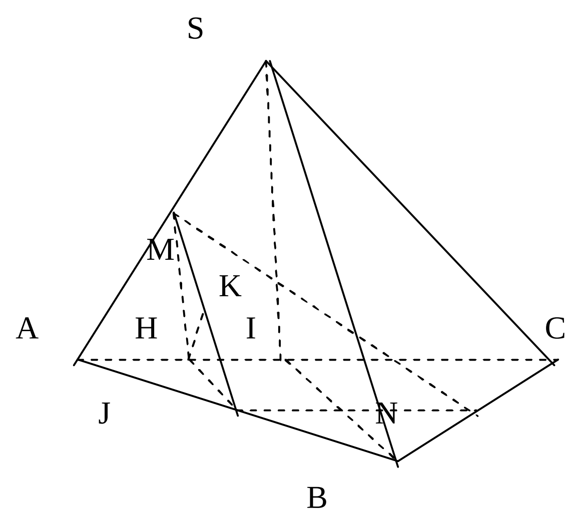
$$P = \frac{2}{3 + ab + bc + ca} + \sqrt[3]{\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$$

…………………… *Hết* ……………………

ĐÁP ÁN THANG ĐIỂM ĐỀ SỐ 033.15

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>Câu 1.b</td><td>a. (1,0 điểm) Khảo sát... $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ (1)</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td></td><td>Khi m = 1, ta có $y = x^3 - 3x^2 + 4$
* TXĐ: $D = \mathbb{R}$
* Sự biến thiên:
+) Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$
Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>+) Hàm số đạt cực đại tại x = 0, $y_{CĐ} = 4$; đạt cực tiểu tại x = 2, $y_{CT} = 0$
+) Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 - 3x^2 + 4) = -\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} (x^3 - 3x^2 + 4) = +\infty$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>+) Bảng biến thiên:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y′</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">y</td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$-\infty$</td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>* Đồ thị:

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 1.a</td><td>. Xác định m để....</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có $y' = 3x^2 - 6mx; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m \end{array}\right.$. Đồ thị hàm số có hai cực trị tại A và B khi và chỉ khi
$2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ $(*)$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	Khi đó: Gọi A(0; 4m³) và B(2m; 0); từ giả thiết: $OA^2+OB^2=20$, suy ra: $16m^6+4m^2=20 \Leftrightarrow 4m^6+m^2-5=0$	0,25
	$\left(m^2-1\right)\underbrace{\left(4m^4+4m^2+5\right)}_{>0,\forall m}=0 \Leftrightarrow \left(m^2-1\right)=0 \Leftrightarrow m=\pm 1 (TM\,(*))$	0,25
	Vậy giá trị cần tìm là m = ± 1.	0,25
Câu 2	• **Giải phương trình:**	**0,5**
	$\dfrac{1-\cos x}{\tan x}+\sin x=\sqrt{2}\sin\left(2x+\dfrac{7\pi}{4}\right)$ (1). Đk: $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \dfrac{k\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$	0,25
	(1) $\Leftrightarrow \left(1-\cos x\right)\cos x+\sin^2 x=\sin x\left(\sin 2x-\cos 2x\right)$ $\Leftrightarrow \cos 2x\left(\cos x+\sin x-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.$	
	+) $\cos 2x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$	0,25
	+) $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k2\pi\ (l)\\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (l)\end{array}\right.$. Vậy (1) có nghiệm $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.	
	• **Tính xác suất ...**	
	+) Số phần tử của không gian mẫu là $\lvert\Omega\rvert=C_{16}^4=1820$ +) Gọi B là biến cố " 4 quả lấy được có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả màu vàng". Ta xét ba khả năng sau: - Số cách lấy 1 quả đỏ, 3 quả xanh là: $C_4^1C_5^3$ - Số cách lấy 1 quả đỏ, 2 quả xanh, 1 quả vàng là: $C_4^1C_5^2C_7^1$ - Số cách lấy 1 quả đỏ, 1 quả xanh, 2 quả vàng là: $C_4^1C_5^1C_7^2$	0,25
	+) Khi đó $\lvert\Omega_B\rvert=C_4^1C_5^3+C_4^1C_7^1C_5^2+C_4^1C_7^2C_5^1=740$ +) Xác suất của biến cố B là $P\left(B\right)=\dfrac{\lvert\Omega_B\rvert}{\lvert\Omega\rvert}=\dfrac{740}{1820}=\dfrac{37}{91}$	0,25
Câu 3	• **Tìm Phần thực của w**	**0.5**
	$\dfrac{z}{1-2i}+\overline{z}=2 \Leftrightarrow z+(1-2i)\overline{z}=2-4i$ (1). Đặt z = a + bi ($a,b\in\Re$) (1) trở thành: a + bi + (1 – 2i)(a - bi) =2 – 4i $\Leftrightarrow \left(2a-2b\right)-2ai=2-4i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases}-2a=-4\\ 2a-2b=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases} \Rightarrow z=2+i$ w = $z^2-z=1+3i$. Vậy phần thực của w bằng 1.	0,25
Câu 4	• **Tính tích phân** $I=\displaystyle\int_1^2 \frac{x+2\ln x}{(x+2)^2}dx$	**1,00**

	Đặt $\begin{cases} u = x + 2\ln x \\ dv = \dfrac{1}{(x+2)^2}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{x+2}{x}dx \\ v = \dfrac{-1}{x+2} \end{cases}$	0,25
	$I = -\dfrac{x+2\ln x}{x+2}\Big\vert_1^2 + \int_1^2 \dfrac{dx}{x}$	0,25
	$= -\dfrac{1}{6} - \dfrac{\ln 2}{2} + \ln x\Big\vert_1^2 = \dfrac{\ln 2}{2} - \dfrac{1}{6}$	0,25
	Vậy I = $\dfrac{\ln 2}{2} - \dfrac{1}{6}$.	0,25
Câu 5	• **Tính thể tích ...**	**1,00**
	Gọi I là trung điểm AC, do ΔSAC cân tại S nên $SI \perp (ABC)$. Gọi H là trung điểm AI suy ra MH//SI $\Rightarrow MH \perp (ABC)$, do đó (MN,(ABC)) = $\angle MNH = 60^0$. Ta có $S_{ABC} = \dfrac{a^2}{2}$.	0,25
	Xét ΔHCN có: $NC = \dfrac{a}{2}; HC = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}; NH^2 = HC^2 + NC^2 - 2HC.NC.\cos 45^0 = \dfrac{5a^2}{8}; NH = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$ $Trong \Delta MHN có MH = NH\tan 60^0 = a\dfrac{\sqrt{30}}{4}; SI = 2MH = a\dfrac{\sqrt{30}}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SI.S_{ABC} = a^3\dfrac{\sqrt{30}}{12}$	0,25
	Goi J là trung điểm AB, K là hình chiếu vuông góc của H lên MJ tức là $HK \perp MJ$ (1). Ta có $JN \perp BI, mà BI // HJ \Rightarrow JN \perp HJ\ (2)$ $SI // MH, mà SI \perp JN \Rightarrow JN \perp MH (3)$ $(2),(3) \Rightarrow JN \perp (MHJ) \supset HK \Rightarrow HK \perp JN\ (4)$ $(1),(4) \Rightarrow HK \perp (MNJ)$	0,25
	$d(AC, MN) = d(H \in AC, MN) = d(H,(MJN)) = HK$ $= \dfrac{MH.HJ}{\sqrt{MH^2 + HJ^2}} = \dfrac{\frac{a\sqrt{30}}{4}.\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{\frac{30a^2}{16} + \frac{2a^2}{16}}} = \dfrac{a\sqrt{30}}{16}$  	0,25
Câu 6	• **Tìm tọa độ đỉnh của hình chữ nhật**	**1,00**

<table>
<tr><td></td><td>Tọa độ I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x-y-3=0 \\ x+y-6=0 \end{cases} \Rightarrow I(\frac{9}{2};\frac{3}{2})$. Gọi M là trung điểm của AD, Tọa độ của M là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=0 \\ x-y-3=0 \end{cases} \Rightarrow M(3;0)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Suy ra AB = 2 IM = $3\sqrt{2}$. Mặt khác $S_{ABCD} = AB.AD \Rightarrow AD = \frac{S_{ABCD}}{AB} = \frac{12}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$. Vì M, I cùng thuộc d_1 suy ra AD $\perp d_1$. Vậy AD đi qua điểm M và nhận $\vec{n} = (1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình: $x-3+y=0 \Leftrightarrow x+y-3=0$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Lại có MA = MD = $\frac{AD}{2} = \sqrt{2}$. Tọa độ điểm A, D là nghiệm của hệ
$\begin{cases} x+y-3=0 \\ \sqrt{(x-3)^2+y^2} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \cup \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$. Chọn $A(2;1); D(4;-1)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 7</td><td>• Tìm tọa độ điểm M</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td></td><td>Vì M $\in d$ nên $M(1+t;-2+2t;-2t)$. Trục Oz đi qua điểm O(0; 0; 0) và có vtcp $\vec{k} = (0;0;1)$;</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>$\overrightarrow{OM} = (1+t;-2+2t;-2t)$. Suy ra: $\left[\overrightarrow{OM};\vec{k}\right] = (-2+2t;-1-t;0) \Rightarrow \left\lVert\left[\overrightarrow{OM};\vec{k}\right]\right\rVert = \sqrt{5t^2-6t+5}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Gọi R là bán kính mặt cầu (S), ta có R = d(M; Oz) = $\sqrt{5t^2-6t+5}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>R = 2 suy ra $\sqrt{5t^2-6t+5} = 2 \Leftrightarrow 5t^2-6t+5=4 \Leftrightarrow 5t^2-6t+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\frac{1}{5} \end{array}\right.$
$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} M(2;0;-2) \\ M\left(\frac{6}{5};-\frac{8}{5};\frac{2}{5}\right) \end{array}\right.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 8</td><td>• Giải hệ phương trình $(4x-3)\sqrt{x^2-3x+4} \geq 8x-6$ (1)</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td></td><td>$$(1) \Leftrightarrow (4x-3)\left(\sqrt{x^2-3x+4}-2\right) \geq 0$$
Ta có: 4x-3=0<=>x=3/4
$\sqrt{x^2-3x+4}-2$=0<=>x=0;x=3
Bảng xét dấu:
<table>
<tr><td>x</td><td>-∞</td><td></td><td>0</td><td></td><td>¾</td><td></td><td>2</td><td></td><td>+ ∞</td></tr>
<tr><td>4x-3</td><td></td><td>-</td><td>|</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>|</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$\sqrt{x^2-3x+4}-2$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>|</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>Vế trái</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
</table>
Vậy bất phương trình có nghiệm: $x \in \left[0;\frac{3}{4}\right] \cup [3;+\infty)$</td><td>0,25
0,25
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Câu 9	***Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức ....***	**1,00**
	áp dụng Bất đẳng thức: $(x+y+z)^2 \geq 3(xy+yz+zx)$, $\forall x,y,z \in \Re$ ta có: $(ab+bc+ca)^2 \geq 3abc(a+b+c) = 9abc > 0 \ \Rightarrow ab+bc+ca \geq 3\sqrt{abc}$ Ta có: $(1+a)(1+b)(1+c) \geq (1+\sqrt[3]{abc})^3, \forall a,b,c>0$. Thật vậy: $(1+a)(1+b)(1+c) = 1+(a+b+c)+(ab+bc+ca)+abc \geq 1+3\sqrt[3]{abc}+3\sqrt[3]{(abc)^2}+abc = (1+\sqrt[3]{ab$	0,25
	Khi đó: $P \leq \dfrac{2}{3(1+\sqrt{abc})}+\dfrac{\sqrt[3]{abc}}{1+\sqrt[3]{abc}} = Q$ (1). Đặt $\sqrt[6]{abc} = t$; vì a, b, c > 0 nên $0 < abc \leq \left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^3 = 1$	0,25
	Xét hàm số $Q = \dfrac{2}{3(1+t^3)}+\dfrac{t^2}{1+t^2}, t \in (0;1] \ \Rightarrow Q'(t) = \dfrac{2t(t-1)(t^5-1)}{(1+t^3)^2(1+t^2)^2} \geq 0, \forall t \in (0;1]$. Do đó hàm số đồng biến trên $(0;1] \Rightarrow Q = Q(t) \leq Q(1) = \dfrac{1}{6}$ (2). Từ (1) và (2): $P \leq \dfrac{1}{6}$.	0,25
	Vậy maxP = $\dfrac{1}{6}$, đạt được khi và và chi khi : $a=b=c=1$.	0,25

Chú ý:

1) Hs làm cách khác với đáp án, nếu đúng thì vẫn cho điểm tối đa câu đó.
2) Học sinh cần trình bày đầy đủ các câu dẫn, các dấu tương đương "⇔", ... , không được viết tắt (*trừ các ký hiệu toán học cho phép*).
3) Học sinh làm sai hoặc sót ở bước 0,25 đ nào thì cắt 0,25 điểm tại đó.
4) Một bài toán nếu bước trên (0,25 đ) sai và kết quả bước phía dưới (0,25 đ) liên quan đến bước trên thì cắt điểm từ chỗ làm sai và các bước sau có liên quan.
5) Một bài toán nếu bước trên (0,25 đ) sai và bước phía dưới (0,25 đ) không liên quan đến bước phía trên nếu đúng vẫn cho 0,25 đ.

Chúc các em thành công trong kỳ thi đại học sắp tới !

TRUNG TÂM GIA SƯ, LUYỆN THI ALPHA THÀNH PHỐ VINH

Địa chỉ: Số 04 - Ngõ 03 - Đường Tân Hùng - Tp.Vinh

Điện thoại : 0917.638.972 – 0984.638.972

Emai: trungtamgiasu.alpha@gmail.com

Website: giasualpha.edu.vn

Facebook: https://www.facebook.com/groups/giasualpha/