TT GIA SƯ LUYỆN THI ALPHA TP VINH **KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015**

ĐỀ DỰ ĐOÁN Môn thi : **TOÁN**

Số 036.15 *Thời gian: 180 phút*

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

2. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình : $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

Câu 2 (1,0 *điểm*).

1. Giải phương trình : $\log_8(x^2-3x+2)^3 - \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_4(x-2)^2 - 1 \ .(x \in R)$

2. Cho $\cos\alpha - \sin\alpha = 0{,}2$. Tính $\cos^3\alpha - \sin^3\alpha$

Câu 3 (1,0 *điểm*).

1. Tìm số phức z thoả mãn $|z-1| = 5$ và $17(z+\overline{z}) = 5z.\overline{z}$

2. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 5.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Tính tích phân: $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2\ln x}{x^2}dx$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật ; $AB = a, AD = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC , N là giao điểm của AC và DM , H là hình chiếu vuông góc của A lên SB .Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$là α , với $\tan\alpha = \sqrt{\frac{2}{5}}$ .Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$ và khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SMD) .

Câu 6 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình bình hành ABCD có phương trình đường chéo $AC: x - y + 1 = 0$, điểm $G(1;4)$ là trọng tâm của tam giác ABC, điểm $E(0;-3)$ thuộc đường cao kẻ từ D của tam giác ACD. Tìm toạ độ các đỉnh hình bình hành đã cho biết rằng diện tích của tứ giác AGCD bằng 32 và đỉnh A có tung độ dương.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong không gian toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - y - 5z + 1 = 0$ và hai đường thẳng d_1: $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$, d_2: $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với (P) đồng thời cắt hai đường thẳng d_1 và d_2.

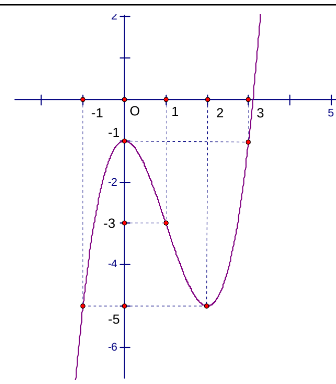
.**Câu 8 (1,0 *điểm*).** Giải bất phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{1-x^2} \ge \sqrt{2-3x-4x^2}$.

Câu 9 (1,0 *điểm*). Cho a,b,c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = \frac{4}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+4}} - \frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}$$

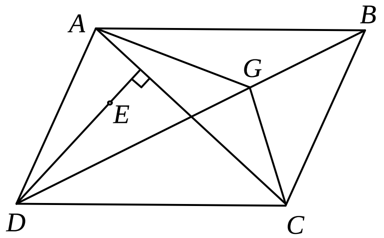
--------------Hết-------------

ĐÁP ÁN-THANG ĐIỂM ĐỀ 036.15

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>Câu 1</td><td colspan="2">1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).</td></tr>
<tr><td></td><td>• Tập xác định: D = R</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>• Sự biến thiên
+) Chiều biến thiên: $y'=3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$
$y'>0 \Leftrightarrow x<0$ hoặc $x>2$; $y'<0 \Leftrightarrow 0<x<2$
Vậy, hàm số đb trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; hàm số nghịch biến trên khoảng (0;2).</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>+) Cực trị
Hàm số đạt cực đại tại x=0 và $y_{CĐ}=-1$; Hàm số đạt cực tiểu tại x=2 và $y_{CT}=-5$.
+) Giới hạn tại vô cực
$\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3\left(1-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}\right) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3\left(1-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}\right) = +\infty$
+) Bảng biến thiên:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>-1</td><td>↘</td><td>-5</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>• Đồ thị
Đồ thị đi qua các điểm
(-1;-5);(0;-1);(1;-3);(2;-5);(3;-1)
</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">2. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình : $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1</td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có : $x^3 - 3x^2 + m = 0$
$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 1 = - m - 1$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>số nghiệm pt là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ (C) với đường thẳng d : y = - m - 1 cùng phương Ox</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Dựa vào đồ thi trên ta có:
Phương trình có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm > 1 <=> đường thẳng y = - m - 1 cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>$- 5 < - m - 1 < - 3 \Leftrightarrow 2 < m < 4$
Vậy với 2 < m < 4 thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 2</td><td colspan="2">1. Giải phương trình : $\log_8(x^2 - 3x + 2)^3 - \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_4(x-2)^2 - 1 \; .(x \in R)$</td></tr>
</table>

	ĐK: $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x + 1 > 0 \\ x - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-1;1) \cup (2;+\infty)$. Với điều kiện đó: $PT \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 3x + 2) - \log_2(x+1) = \log_2\lvert x-2\rvert - 1$	0,25
	$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 3x + 2).2 = \log_2(x+1).\lvert x-2\rvert$ $\Leftrightarrow 2(x-1)(x-2) = (x+1).\lvert x-2\rvert$ $\Leftrightarrow (x-2)^2(3x^2 - 10x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 2; x = 3; x = \frac{1}{3}$ Đối chiều điều kiện suy ra: x=3; x=1/3	0,25
	2. Cho $\cos\alpha - \sin\alpha$ = 0,2. Tính $\cos^3\alpha - \sin^3\alpha$	
	Ta có: $\cos\alpha - \sin\alpha = 0,2 \Leftrightarrow 1 - 2\sin\alpha\cos\alpha = 0,04 \Leftrightarrow \sin\alpha\cos\alpha = 0,48$	0,25
	Do đó: $\cos^3\alpha - \sin^3\alpha = (\cos\alpha - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha\cos\alpha) = 0,2(1 + 0,48) = 0,296$	0,25
Câu 3	1. Tìm số phức z thoả mãn $\lvert z-1\rvert = 5$ và $17(z + \overline{z}) = 5z.\overline{z}$	
	Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ .Ta có $\lvert z-1\rvert = 5 \Leftrightarrow \lvert a - 1 + bi\rvert = 5 \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 25 \quad (1)$ Mặt khác $17(z + \overline{z}) = 5z.\overline{z} \Leftrightarrow 34a = 5(a^2 + b^2) \quad (2)$	0,25
	Từ $(1),(2)$ ta có hpt $\begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = 25 \\ 5(a^2 + b^2) = 34a \end{cases}$. giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} a = 5 \\ b = \pm 3 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 5 \\ b = \pm 3 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z = 5 + 3i \\ z = 5 - 3i \end{array}\right.$ vậy có hai số phức toả mãn là $z = 5 \pm 3i$	0,25
	2. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau.Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 5.	
	Số phần tử của không gian mẫu là việc chọn số có 3 chữ số khác nhau có 648 cách chọn (chọn số hàng trăm; hàng chục;hàng đơn vị lần lượt có 9;9;8) Ta có: $n(\Omega) = 648$	0,25
	A là biến cố "số có 3 chữ số chia hết cho 5" Gọi số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 5 là $\overline{abc}, a \neq 0$ Khi đó chọn c có 2 cách chọn (c=0 hoặc c=5) * Nếu c=0 thì chọn a có 9 cách chọn và chọn b có 8 cách chọn Nên trường hợp này có 9.8=72 cách * Nếu c=5 thì chọn a có 8 cách chọn và chọn b có 8 cách chọn Nên trường hợp này có 8.8=64 cách Vậy có tất cả 72+64=136 số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 5	0,25

	Hay n(A)=136 Vậy xác suất để số được chọn chia hết cho 5 là : $P(A) = \frac{136}{648} = \frac{17}{81}$	
Câu 4	Tính tích phân: $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2\ln x}{x^2}dx$.	
	$I = \int_1^2 xdx - 2\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx = \frac{x^2}{2}\Big\|_1^2 - 2\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx = \frac{3}{2} - 2\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$	0,25
	Tính $J = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$ Đặt $u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2}dx$. Khi đó $du = \frac{1}{x}dx, v = -\frac{1}{x}$ Do đó $J = -\frac{1}{x}\ln x\Big\|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2}dx$	0,25
	$J = -\frac{1}{2}\ln 2 - \frac{1}{x}\Big\|_1^2 = -\frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}$	0,25
	Vậy $I = \frac{1}{2} + \ln 2$	0,25
Câu 5	Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật ; $AB = a, AD = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC , N là giao điểm của AC và DM , H là hình chiếu vuông góc của A lên SB .Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α , với $\tan\alpha = \sqrt{\frac{2}{5}}$ .Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$ và khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SMD) .	
	Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5}, AC$ là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow (SC,(ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = \alpha \Rightarrow \tan\alpha = \frac{SA}{AC}$ $\Rightarrow SA = a\sqrt{2}$	0.25
	Ta thấy N là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow dt_{\Delta NMC} = \frac{1}{2}dt_{\Delta NBC} = \frac{1}{6}dt_{\Delta BCD} = \frac{1}{6}dt_{\Delta ABC}$ Từ đó $\Rightarrow dt_{tg\,ABMN} = \frac{5}{6}dt_{\Delta ABC} = \frac{5}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot 2a = \frac{5a^2}{6}$ Vậy thể tích $V_{S.ABMN} = \frac{1}{3}\cdot SA\cdot dt_{tg.ABMN} = \frac{1}{3}\cdot a\sqrt{2}\cdot\frac{5a^2}{6} = \frac{5a^3\sqrt{2}}{18}$	0.25
	$\frac{SH}{SB} = \frac{SH.SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow d(H,(SMD)) = \frac{2}{3}d(B,(SMD)) = \frac{2}{3}\cdot\frac{3V_{B.SMD}}{dt_{\Delta SMD}} = \frac{2V_{B.SMD}}{dt_{\Delta SMD}}$	0.25

	$V_{B.SMD}=V_{S.BMD}=\frac{1}{2}V_{S.ABC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot SA.AB.BC=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$, $SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=a\sqrt{6}$ $DM=\sqrt{CD^2+CM^2}=a\sqrt{2},\Delta SBC$ vuông tại B nên ta có $SM=\sqrt{SB^2+BC^2}=2a$ nê ta có ΔSMD vuông tại M $\Rightarrow dt_{SMD}=\frac{1}{2}SM.MD=a^2\sqrt{2}$ $\Rightarrow d\left(H,\left(SMD\right)\right)=\frac{2V_{B.SMD}}{dt_{\Delta SMD}}=\frac{2.\frac{a^3\sqrt{2}}{6}}{a^2\sqrt{2}}=\frac{a}{3}$	0.25
Câu 6	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có phương trình đường chéo $AC: x-y+1=0$, điểm $G(1;4)$ là trọng tâm của tam giác ABC, điểm $E(0;-3)$ thuộc đường cao kẻ từ D của tam giác ACD. Tìm toạ độ các đỉnh hình bình hành đã cho biết rằng diện tích của tứ giác AGCD bằng 32 và đỉnh A có tung độ dương.	
	 Vì $DE\perp AC$ nên $DE: x+y+3=0\Rightarrow D\left(t;-t-3\right)$. Ta có $d\left(G, AC\right)=\frac{1}{3}d\left(B, AC\right)=\frac{1}{3}d\left(D, AC\right)$ $\Leftrightarrow\sqrt{2}=\frac{1}{3}.\frac{\left\|2t+4\right\|}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-5\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}D\left(1;-4\right)\\D\left(-5;2\right)\end{array}\right.$. Vì D và G nằm khác phía đối với AC nên $D\left(1;-4\right)$.	0,25 0,25
	Ta có $\overrightarrow{GD}=-2\overrightarrow{GB}\Leftrightarrow\begin{cases}1-1=-2.\left(x_B-1\right)\\-4-4=-2\left(y_B-4\right)\end{cases}\Rightarrow B\left(1;8\right)\Rightarrow BD: x=1.$ Vì $A\in AC: x-y+1=0\Rightarrow A\left(a;a+1\right)$. Ta có $S_{AGCD}=S_{AGC}+S_{ACD}=\left(\frac{1}{3}+1\right)S_{ABC}=\frac{4}{3}S_{ABC}=\frac{4}{3}S_{ABD}$. Suy ra $S_{ABD}=24\Leftrightarrow\frac{1}{2}.d\left(A, BD\right).BD=24\Leftrightarrow\left\|a-1\right\|.12=48\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=5\\a=-3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}A\left(5;6\right)\quad(\text{tm})\\A\left(-3;-2\right)(\text{ktm})\end{array}\right.$ Từ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\Rightarrow C\left(-3;-2\right)$. Vậy $A\left(5;6\right), B\left(1;8\right), C\left(-3;-2\right), D\left(1;-4\right)$.	0,25 0,25
Câu 7	Trong không gian toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng $\left(P\right)$: $2x-y-5z+1=0$ và hai đường thẳng d_1: $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{1}$, d_2: $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{5}=\frac{z}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với (P) đồng thời cắt hai đường thẳng d_1 và d_2.	
	Phương trình tham số của d_1 và d_2 là: $d_1:\begin{cases}x=-1+2t\\y=1+3t\\z=2+t\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=2+s\\y=-2+5s\\z=-2s\end{cases}$	0,25
	Giả sử d cắt d_1 tại $M\left(-1+2t;1+3t;2+t\right)$ và cắt d_2 tại $N\left(2+s;-2+5s;-2s\right)$ $\Rightarrow\overrightarrow{MN}(3+s-2t;-3+5s-3t;-2-2s-t)$.	0,25

	Do d $\perp$ (P) có VTPT $\overrightarrow{n_p}(2;-1;-5)$ nên $\exists k: \overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{n_p} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+s-2t=2k \\ -3+5s-3t=-k \\ -2-2s-t=-5k \end{cases}$ có nghiệm.	0,25
	Giải hệ tìm được $\begin{cases} s=1 \\ t=1 \end{cases}$ Khi đó điểm M(1; 4; 3) $\Rightarrow$ KL: Phương trình d: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z-3}{-5}$	0,25
Câu 8	Giải bất phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{1-x^2} \geq \sqrt{2-3x-4x^2}$.	
	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x^2 \geq 0 \\ 2-3x-4x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ \dfrac{-3-\sqrt{41}}{8} \leq x \leq \dfrac{-3+\sqrt{41}}{8} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \dfrac{-3+\sqrt{41}}{8}$. (*) Bất phương trình đã cho tương đương với $x+1-x^2+2\sqrt{x(1-x^2)} \geq 2-3x-4x^2 \Leftrightarrow 3(x^2+x)-(1-x)+2\sqrt{(x+x^2)(1-x)} \geq 0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow 3\dfrac{x^2+x}{1-x} + 2\sqrt{\dfrac{x^2+x}{1-x}} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{x^2+x}{1-x}} \geq \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow 9x^2+10x-1 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq \dfrac{-5+\sqrt{34}}{9} \\ x \leq \dfrac{-5-\sqrt{34}}{9}. \end{array}\right.$ Kết hợp điều kiện (*), ta suy ra nghiệm của bất phương trình là $\dfrac{-5+\sqrt{34}}{9} \leq x \leq \dfrac{-3+\sqrt{41}}{8}$.	**0,5**
Câu 9	Cho a,b,c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \dfrac{4}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+4}} - \dfrac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}$	
	Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có $a^2+b^2+c^2+4 \geq \dfrac{1}{2}(a+b)^2 + \dfrac{1}{2}(c+2)^2 \geq \dfrac{1}{4}(a+b+c+2)^2$ $(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)} \leq \dfrac{1}{2}(a+b)(a+b+4c) = \dfrac{1}{6}(3a+3b)(a+b+4c)$ $\leq \dfrac{2}{3}(a+b+c)^2$	**0.25**
	Suy ra $T \leq \dfrac{8}{a+b+c+2} - \dfrac{27}{2(a+b+c)^2}$. Đặt $a+b+c=t$, $t>0$. Khi đó $T \leq \dfrac{8}{t+2} - \dfrac{27}{2.t^2}$	**0.25**
	Xét hàm số $f(t) = \dfrac{8}{t+2} - \dfrac{27}{2.t^2}, \forall t>0$ ta có $f'(t) = -\dfrac{8}{(t+2)^2} + \dfrac{27}{t^3} \Rightarrow f'(t)=0 \Leftrightarrow (t-6)(8t^2+21t+18)=0 \Rightarrow t=6,\ f(6)=\dfrac{5}{8}$	**0.25**
	Bảng biến thiên <table><tr><td>t</td><td>0 6 $+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>+ 0 −</td></tr></table>	**0.25**

$f(t)$		$\frac{5}{8}$	
	$\nearrow$		$\searrow$

Theo bảng biến thiên ta thấy $T \le f(t) \le \frac{5}{8}$. Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 2$

Vậy giá trị lớn nhất của T bằng $\frac{5}{8}$ khi $a = b = c = 2$

-------------------- *Hết* --------------------

Chú ý:

1) Hs làm cách khác với đáp án, nếu đúng thì vẫn cho điểm tối đa câu đó.
2) Học sinh cần trình bày đầy đủ các câu dẫn, các dấu tương đương "⇔", ... , không được viết tắt (*trừ các ký hiệu toán học cho phép*).
3) Học sinh làm sai hoặc sót ở bước 0,25 đ nào thì cắt 0,25 điểm tại đó.
4) Một bài toán nếu bước trên (0,25 đ) sai và kết quả bước phía dưới (0,25 đ) liên quan đến bước trên thì cắt điểm từ chỗ làm sai và các bước sau có liên quan.
5) Một bài toán nếu bước trên (0,25 đ) sai và bước phía dưới (0,25 đ) không liên quan đến bước phía trên nếu đúng vẫn cho 0,25 đ.

Chúc các em thành công trong kỳ thi THPT Quốc gia sắp tới !

TRUNG TÂM GIA SƯ, LUYỆN THI ALPHA THÀNH PHỐ VINH

Địa chỉ: Số 04 - Ngõ 03 - Đường Tân Hùng - Tp.Vinh

Điện thoại : 0917.638.972 – 0984.638.972

Emai: trungtamgiasu.alpha@gmail.com

Website: giasualpha.edu.vn

Facebook: https://www.facebook.com/groups/giasualpha/