TT GIA SƯ LUYỆN THI ALPHA **KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015**

ĐỀ DỰ ĐOÁN Môn thi : **TOÁN**

Số 043.15 *Thời gian: 180 phút*

Câu 1 (2,0 *điểm*) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm các điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x + 9$

Câu 2 (1,0 *điểm*)

a) Giải phương trình: $\cos x + \cos 3x = 1 + \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

b) Giải phương trình: $5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0$.

Câu 3 (1,0 *điểm*)

a) Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 1 - 5i| = |\bar{z} + 3 - i|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

b) Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật . Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $\int_1^e \frac{(x-2)\ln x + x}{x(1+\ln x)}dx$

Câu 5 (1,0 *điểm*) Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thoi tâm *O*; tam giác *SBD* đều cạnh $2a$, tam giác *SAC* vuông tại *S* có $SC = a\sqrt{3}$; góc giữa mp(*SBD*) và mặt đáy là 60^0. Tính theo *a* thể tích khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa đường thẳng *AC* và đường thẳng *SB.*

Câu 6 (1,0 *điểm*) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) và đường thẳng d có phương trình là $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$, (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 2.

Câu 7 (1,0 *điểm*) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có tâm *I.* Trung điểm cạnh *AB* là $M(0;3)$, trung điểm đoạn *CI* là $J(1;0)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông, biết đỉnh *D* thuộc đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$.

Câu 8 (1,0 *điểm*) Giải bất phương trình sau: : $(4x^2 - x - 7)\sqrt{x+2} > 10 + 4x - 8x^2$

Câu 9 (***1 điểm***) Cho ba số a, b, c, d là các số thực bất kỳ .Chứng minh rằng :

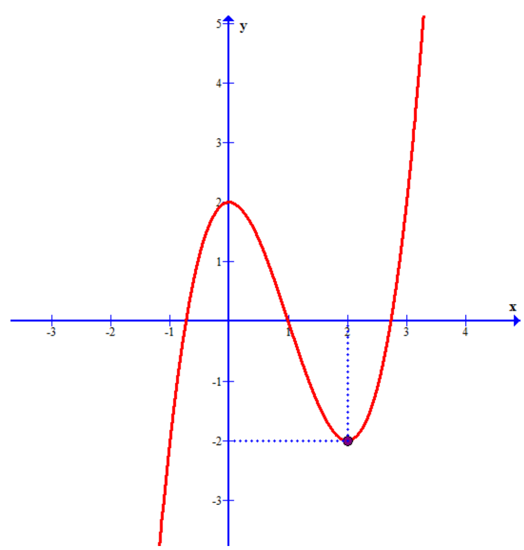
$$\left|\frac{a-b}{a+b} + \frac{c-d}{c+d} + \frac{ad+bc}{ac-bd}\right| \ge \sqrt{3}$$

-------------*Hết*------------

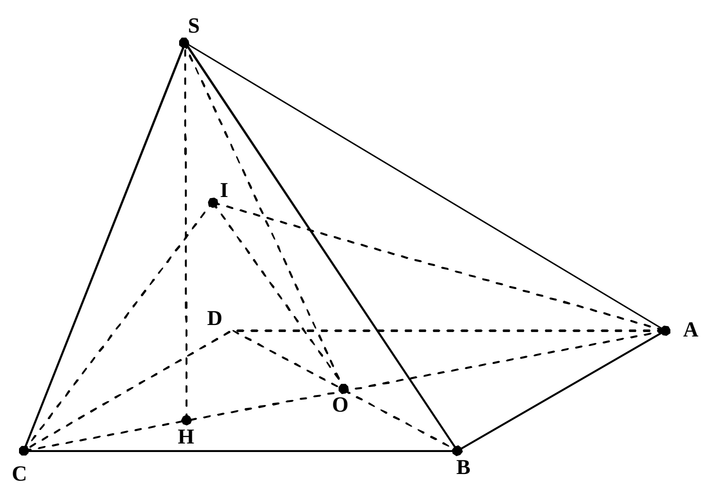
ĐÁP ÁN THANG ĐIỂM ĐỀ SỐ ĐỀ 043.15

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>Câu 1</td><td colspan="2">a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.</td></tr>
<tr><td></td><td>• Tập xác định: $D = R$
• Sự biến thiên:
– Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$
– Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$; $y_{CT} = -2$, đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{CĐ} = 2$
– Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>– Bảng biến thiên:

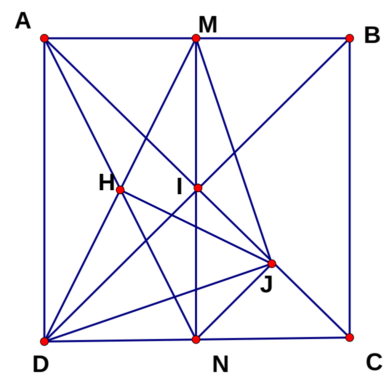
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>• Đồ thị:

</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">b) Tìm các điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x + 9$</td></tr>
<tr><td></td><td>$M \in (C) \Rightarrow M(x_0; x_0^3 - 3x_0^2 + 2)$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

	Tiếp tuyến tại M có phương trình: $y = y'_{(x_0)}(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2$ Để tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x + 9$ thì $y'_{(x_0)} = 9$	*0.25*
	$\Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{array}\right.$	*0.25*
	Vậy có hai điêm M thỏa mãn là M(-1: -2); M(3; 2)	*0.25*
Câu 2	**a)** Giải phương trình: $\cos x + \cos 3x = 1 + \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$	
	Ta có: $\cos x + \cos 3x = 1 + \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow 2\cos x\cos 2x = 1 + \sin 2x + \cos 2x$ $\Leftrightarrow 2\cos^2 x + 2\sin x\cos x - 2\cos x\cos 2x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 2\cos x\left(\cos x + \sin x - (\cos^2 x - \sin^2 x)\right) = 0 \Leftrightarrow \cos x(\cos x + \sin x)(1 + \sin x - \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos x + \sin x = 0 \\ \cos x - \sin x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \tan x = -1 \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z \\ x = k2\pi \end{array}\right.$	0,25
	b) Giải phương trình $5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0$	
	$5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 5.5^{2x} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5^x = 1 \\ 5^x = \frac{1}{5} \end{array}\right.$	0.25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = 0$ và $x = -1$	0.25
Câu 3	a) Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $\lvert z + 1 - 5i\rvert = \lvert\bar{z} + 3 - i\rvert$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.	
	Giả sử số phức z cần tìm có dạng z = x + yi (x,y $\in$ R). Ta có $\lvert x + 1 + (y-5)i\rvert = \lvert x + 3 - (y+1)i\rvert$ (1) $\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-5)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + (y+1)^2}$	0,25
	$\Leftrightarrow x + 3y = 4$. Do đó tập hợp các điểm M biểu diễn cho các số phức z thỏa mãn (1) là đường thẳng x + 3y = 4.	
	Mặt khác $\lvert z\rvert = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(4-3y)^2 + y^2} = \sqrt{10y^2 - 24y + 16}$ Hay $\lvert z\rvert = \sqrt{2\left(\sqrt{5}y - \frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2 + \frac{8}{5}} \geq \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$	0,25

	Do đó $\|z\|_{\min} \Leftrightarrow y=\dfrac{6}{5} \Rightarrow x=\dfrac{2}{5}$. Vậy $z=\dfrac{2}{5}+\dfrac{6}{5}i$	
	b) Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật . Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.	
	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{11}^{3}=165$ Gọi A là biến cố ;” 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.”	0.25
	Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2.C_6^1+C_5^1.C_6^2=135$ Suy ra n(A) = 135 Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là P(A) = $\dfrac{135}{165}=\dfrac{9}{11}$	0.25
Câu 4	Tính tích phân $\displaystyle\int_1^e \frac{(x-2)\ln x+x}{x(1+\ln x)}dx$	
	I = $\displaystyle\int_1^e \frac{x(1+\ln x)-2\ln x}{x(1+\ln x)}dx=\int_1^e dx-2\int_1^e \frac{\ln x}{x(1+\ln x)}dx$	0,25
	Ta có : $\displaystyle\int_1^e dx=e-1$	0,25
	Tính J = $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x(1+\ln x)}dx$ Đặt t = 1 + lnx, Ta có: J = $\displaystyle\int_1^2 \frac{t-1}{t}dt=\int_1^2 (1-\frac{1}{t})dt$ = (t - ln$\|t\|$) = 1 - ln2	0,25
	Vậy **I** = e - 1 - 2(1- ln2) = e - 3 + 2ln2	0,25
Câu 5	Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thoi tâm *O*; tam giác *SBD* đều cạnh $2a$, tam giác *SAC* vuông tại *S* có $SC=a\sqrt{3}$; góc giữa mp(*SBD*) và mặt đáy là 60^0. Tính theo *a* thể tích khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa đường thẳng *AC* và đường thẳng *SB*.	
		
	** Tính thể tích…* - Trong mp(*SAC*) dựng $SH \perp AC$ tại *H*. - Do ΔSBD đều nên $SO \perp BD$, lại do *ABCD* là hình thoi nên $AC \perp BD$ $\Rightarrow BD \perp mp(SAC) \Rightarrow BD \perp SH \Rightarrow SH \perp mp(ABCD)$	0,25

	- Vì ΔSBD đều có cạnh $2a \Rightarrow SO = a\sqrt{3}$ và $SO \perp BD$ - Lại do $CO \perp BD \Rightarrow \widehat{SOC} = 60^0$ là góc giữa mp(SBD) và mp($ABCD$)	
	$\Rightarrow SH = SO.\sin 60^0 = a\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$ - Nhận thấy: ΔSOC có $SC = SO = a\sqrt{3},\ \widehat{SOC} = 60^0 \Rightarrow \Delta SOC$ là tam giác đều $\Rightarrow CO = a\sqrt{3} \Rightarrow AC = 2a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{2}.2a.2a\sqrt{3} = 2a^2\sqrt{3}$ $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.2a^2\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$	0,25
	** Tính khoảng cách giữa SB và AC.* - Gọi I là trung điểm $SD \Rightarrow OI // SB \Rightarrow \text{mp}(IAC) // SB$ $\Rightarrow d(AC;SB) = d(B;(IAC)) = d(D;(IAC)) = h$. - Ta thấy: I là trung điểm SD nên $d(I;(ABCD)) = \frac{1}{2}d(S;(ABCD))$; Lại thấy: $S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \Rightarrow V_{I.ADC} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$; - Lại có: $CD^2 = CO^2 + OD^2 = 3a^2 + a^2 = 4a^2$ $\Rightarrow IC^2 = \frac{SC^2 + CD^2}{2} - \frac{SD^2}{4} = \frac{3a^2 + 4a^2}{2} - \frac{4a^2}{4} = \frac{5a^2}{2}$	0,25
	Tam giác ICO có $IC^2 = \frac{5a^2}{2};\ IO^2 = a^2;\ OC^2 = 3a^2 \Rightarrow \cos\widehat{IOC} = \frac{OI^2 + OC^2 - IC^2}{2.OI.OC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ $\Rightarrow \sin\widehat{IOC} = \sqrt{1 - \cos^2\widehat{IOC}} = \frac{\sqrt{13}}{4}$ $\Rightarrow S_{\Delta OIC} = \frac{1}{2}OI.OC.\sin\widehat{IOC} = \frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}.\frac{\sqrt{13}}{4} = \frac{a^2\sqrt{39}}{8} \Rightarrow S_{\Delta IAC} = 2.S_{\Delta IOC} = \frac{a^2\sqrt{39}}{4}$ - Mà $V_{I.ACD} = V_{D.IAC} = \frac{1}{3}.h.S_{\Delta IAC} \Rightarrow h = \frac{3V_{D.IAC}}{S_{\Delta IAC}} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4} : \frac{a^2\sqrt{39}}{4} = \frac{3a}{\sqrt{13}}$ Vậy $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{3}$ và $d(AC;SB) = \frac{3a}{\sqrt{13}}$.	0,25
Câu 6	Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) và đường thẳng d có phương trình là $(S):(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$, (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 2.	
	(S) có tâm I(1; 0; -2) có bán kính R = 3, đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;-2)$.(P) vuông góc với d nên véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1;2;-2)$	0,25
	Giả sử (P) có phương trình : $x + 2y - 2z + D = 0$	0,25

	Ta có $d(I;(P))=\sqrt{R^2-4}=\sqrt{5}$	
	$\Leftrightarrow \dfrac{\lvert 5+D\rvert}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\sqrt{5} \qquad \Leftrightarrow \lvert 5+D\rvert=3\sqrt{5}$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5+D=3\sqrt{5}\\5+D=-3\sqrt{5}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=3\sqrt{5}-5\\D=-3\sqrt{5}-5\end{array}\right.$ Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn đề bài là: $\left[\begin{array}{l}(P):\quad x+2y-2z+3\sqrt{5}-5=0\\(P):\quad x+2y-2z-3\sqrt{5}-5=0\end{array}\right.$	0,25
Câu 7	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông *ABCD* có tâm *I*. Trung điểm cạnh *AB* là $M(0;3)$, trung điểm đoạn *CI* là $J(1;0)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông, biết đỉnh *D* thuộc đường thẳng $\Delta: x-y+1=0$.	
	 Gọi *N* là trung điểm *CD* và *H* là tâm hình chữ nhật *AMND*. Gọi (*C*) là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật *AMND*. Từ giả thiết, suy ra *NJ//DI*, do đó *NJ* vuông góc với *AC*, hay *J* thuộc (*C*) (vì *AN* là đường kính của (*C*)). Mà *MD* cũng là đường kính của (*C*) nên *JM* vuông góc với *JD*. (1)	0,25
	D thuộc Δ nên $D(t;t+1)\Rightarrow \overrightarrow{JD}(t-1;t+1), \overrightarrow{JM}(-1;3)$. Theo (1) $\overrightarrow{JD}.\overrightarrow{JM}=0 \Leftrightarrow -t+1+3t+3=0 \Rightarrow t=-2 \Rightarrow D(-2;-1)$.	0,25
	Gọi *a* là cạnh hình vuông *ABCD*. Dễ thấy $DM=2\sqrt{5}=\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{4}}\Rightarrow a=4$. Gọi $A(x;y)$. Vì $\begin{cases}AM=2\\AD=4\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}x^2+(y-3)^2=4\\(x+2)^2+(y+1)^2=16\end{cases}\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x=-2;y=3\\x=\dfrac{6}{5};y=\dfrac{7}{5}\end{array}\right.$ - Với $A(-2;3)\Rightarrow B(2;3)\Rightarrow I(0;1)\Rightarrow C(2;-1)\Rightarrow J(1;0)$ (thỏa mãn)	0,25
	- Với $A\left(\dfrac{6}{5};\dfrac{7}{5}\right)\Rightarrow B\left(-\dfrac{6}{5};\dfrac{23}{5}\right)\Rightarrow I\left(\dfrac{-8}{5};\dfrac{9}{5}\right)\Rightarrow C\left(\dfrac{-22}{5};\dfrac{11}{5}\right)\Rightarrow J(-3;2)$ (loại). Vậy tọa độ các đỉnh hình vuông là $A(-2;3), B(2;3), C(2;-1), D(-2;-1)$.	0,25

Câu 8	Giải bất phương trình sau: $(4x^2-x-7)\sqrt{x+2}>10+4x-8x^2$	
	ĐK: x $\geq$-2 $(4x^2-x-7)\sqrt{x+2}>10+4x-8x^2 \Leftrightarrow (4x^2-x-7)\sqrt{x+2}+2(4x^2-x-7)>2[(x+2)-4]$ $\Leftrightarrow (4x^2-x-7)(\sqrt{x+2}+2)>2(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)$	0.25
	$\Leftrightarrow 4x^2-x-7>2\sqrt{x+2}-4 \Leftrightarrow 4x^2>x+2+2\sqrt{x+2}+1$ $\Leftrightarrow (2x)^2-(\sqrt{x+2}+1)^2>0 \Leftrightarrow (2x+\sqrt{x+2}+1)(2x-\sqrt{x+2}-1)>0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x+2}>2x-1\\ \sqrt{x+2}<-2x-1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}\sqrt{x+2}>-2x-1\\ \sqrt{x+2}<2x-1\end{cases}$	0.25
	Giải các hệ bất pt trên được tập nghiệm là: T = $\left[-2;-1\right)\cup\left(\frac{5+\sqrt{41}}{8};+\infty\right)$	0.25
Câu 9	Cho ba số a,b,c,d là các số thực bất kỳ .Chứng minh rằng : $\left\|\frac{a-b}{a+b}+\frac{c-d}{c+d}+\frac{ad+bc}{ac-bd}\right\|\geq\sqrt{3}$	
	Đặt $x=\frac{a-b}{a+b}$; $y=\frac{c-d}{c+d}$; $z=\frac{ad+bc}{ac-bd}$ và $T=xy+yz+zx$	0.25
	$T=\left(\frac{a-b}{a+b}\right)\left(\frac{c-d}{c+d}\right)+\left(\frac{c-d}{c+d}\right)\left(\frac{ad+bc}{ac-bd}\right)+\left(\frac{ad+bc}{ac-bd}\right)\left(\frac{a-b}{a+b}\right)$ $T=\frac{(a-b)(c-d)(ac-bd)+(ad+bc)\left[(a-b)(c+d)+(c-d)(a+b)\right]}{(a+b)(c+d)(ac-bd)}$	0.25
	$T=\frac{(ac-bd)\left[(a-b)(c-d)+2(ad+bc)\right]}{(a+b)(c+d)(ac-bd)}=\frac{(a+b)(c+d)(ac-bd)}{(a+b)(c+d)(ac-bd)}=1$	0.25
	Yêu cầu bài toán $\|x+y+z\|\geq\sqrt{3}\Leftrightarrow\|x+y+z\|^2\geq 3\Leftrightarrow(x+y+z)^2\geq 3(xy+yz+zx)$ $\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\right]\geq 0$ luôn đúng . Ta có điều phải chứng minh	0.25

-------------------- *Hết* --------------------

Chúc các em thành công trong kỳ thi THPT Quốc gia sắp tới !

TRUNG TÂM GIA SƯ, LUYỆN THI ALPHA THÀNH PHỐ VINH

Địa chỉ: Số 04 - Ngõ 03 - Đường Tân Hùng - Tp.Vinh

Điện thoại : 0917.638.972 – 0984.638.972

Emai: trungtamgiasu.alpha@gmail.com

Website: giasualpha.edu.vn

Facebook: https://www.facebook.com/groups/giasualpha/