

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm m để đường thẳng d có phương trình $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác ABM là tam giác đều, biết rằng $M = (2; 5)$.

Câu 2 (1,0 điểm).

1. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2\sqrt{2} - i| = \frac{3}{2}|z| = 9$. Xác định phần thực và phần ảo của z .
2. Giải phương trình: $2\log_4 \sqrt{2x+2} - \log_2 x = 1$

Câu 3 (1,0 điểm).

1. Cho $a - b = \frac{\pi}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A = (\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$.
2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{18}$ ($x > 0$).

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + x) \cos x dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm của $A'C'$. Biết rằng cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BC'D'$.

Câu 6 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta_1 : \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1} \quad \text{và} \quad \Delta_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$$

Chứng minh hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_2 và tạo với đường thẳng Δ_1 một góc 30° .

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ có $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$, đỉnh $B(4; 0)$, phương trình đường chéo AC là $2x - y - 3 = 0$, trung điểm E của AD thuộc đường thẳng

$$\Delta : x - 2y + 10 = 0. \text{ Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang đã cho biết rằng } \cot \widehat{ADC} = 2$$

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2+3) = 3(x^2+y^2)+2 & (1) \\ 4\sqrt{x+2} + \sqrt{16-3y} = x^2+8 & (2) \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{2a+b+\sqrt{8bc}} - \frac{8}{\sqrt{2b^2+2(a+c)^2+3}}$$

-----Hết-----