TT GIA SƯ LUYỆN THI ALPHA TP VINH **KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015**

ĐỀ DỰ ĐOÁN Môn thi : **TOÁN**

Số 038.15 *Thời gian: 180 phút*

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y=-\frac{1}{4}x^4+2mx^2+m-1$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) với m = 1

2. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị lập một tam giác có diện tích bằng $32\sqrt{2}$.

Câu 2 (1,0 *điểm*).

1. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(4-7i)=8-4i$. Tính mô đun của số phức z.

2. Giải bất phương trình $7.4^x-8.6^x+9^x\le 0$.

Câu 3 (1,0 *điểm*).

1. Cho $\cos\alpha=\frac{4}{5},\ \left(-\frac{\pi}{2}<\alpha<0\right)$. Tính giá trị biểu thức $A=\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$

2. Gọi E là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 7. Xác định số phần tử của E. Chọn ngẫu nhiên một số từ E, tính xác suất để số được chọn là số lẻ.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$, trục hoành và đường thẳng $x=0$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay D xung quanh trục *Ox*.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm cạnh AB, góc giữa đường thẳng A'C và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' và tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACC'A').

Câu 6 (1,0 *điểm*). Trong không gian cho 3 điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng (P): $x-2y+2z+1=0$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P), cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB=2IC$. Viết phương trình mặt phẳng (α).

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm M(5; - 6); đường tròn (C) có phương trình : $x^2+y^2+2x-4y-20=0$. Từ M vẽ các tiếp tuyến $MA,\ MB$ tới đường tròn (C) với A, B là các tiếp điểm. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác MAB.

.**Câu 8 (1,0 *điểm*).** Giải bất phương trình: $\frac{300x^2-40x-2-\sqrt{10x-1}-\sqrt{3-10x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2}\le 0$

Câu 9 (1,0 *điểm*). Cho 2 số thực a, b $\in(0;\ 1)$ và thỏa mãn : $(a^3+b^3)(a+b)=ab(1-a)(1-b)$

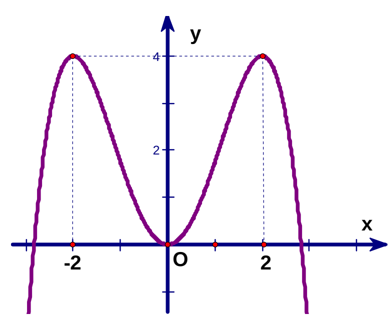
Tìm GTLN của $F=\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}+\frac{1}{\sqrt{1+b^2}}+3ab-a^2-b^2$.

……………..Hết…………….

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không phải giải thích gì thêm !

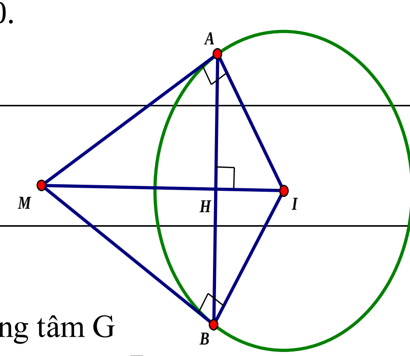
Họ và tên ………………………………. Số báo danh ………………………………

ĐÁP ÁN -THANG ĐIỂM ĐỀ DỰ ĐOÁN 038.15

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>Câu 1</td><td colspan="2">1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) với m = 1</td></tr>
<tr><td rowspan="10"></td><td>Với m = 1 hàm số là $y=-\frac{1}{4}x^4+2x^2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>TXĐ: R,
$y'=-x^3+4x$
$y'=0\Leftrightarrow -x^3+4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2\end{array}\right.; |y(0)=0; y(\pm 2)=4$
$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$
Bảng biến thiên
$$\begin{array}{c|ccccccccc} x & -\infty & & -2 & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline y & & & 4 & & & & 4 & & \\ & -\infty & \nearrow & & \searrow & 0 & \nearrow & & \searrow & -\infty \end{array}$$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$
Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$
Hàm số đạt cực đại tại $x=\pm 2$, $y_{CĐ}=4$
Hàm số đạt cực tiểu tại x = 0, $y_{CT}=0$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Đồ thị:
</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td colspan="2">2. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị lập một tam giác có diện tích bằng $32\sqrt{2}$.</td></tr>
<tr><td>Ta có $y'=-x^3+4mx\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=4m\end{array}\right.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình y’=0 có 3 nghiệm phân biệt và đổi dấu khi đi qua các nghiệm đó
$\Leftrightarrow$ i m >0.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Khi đó 3 điểm cực trị là: A(0; m-1)
B($2\sqrt{m};4m^2+m-1$) C($-2\sqrt{m};4m^2+m-1$) và ΔABC cân tại A.
BC $=4\sqrt{m}$, trung điểm của BC là I($0;4m^2+m-1$), IA = $4m^2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Từ gỉa thiết t ta có $\frac{1}{2}4\sqrt{m}.4m^2=32\sqrt{2}\Leftrightarrow m=2$
Vậy giá trị cần tìm là: m =2</td><td>0,25</td></tr>
</table>

Câu 2	1. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(4-7i)=8-4i$ .Tính mô đun của số phức z.	
	$(1+i)z+(4-7i)=8-4i \Leftrightarrow (1+i)z=4+3i \Leftrightarrow z=\dfrac{4+3i}{1+i}$	0,25
	$\Leftrightarrow z=\dfrac{(4+3i).(1-i)}{2}=\dfrac{7-i}{2}=\dfrac{7}{2}-\dfrac{1}{2}i$ Vậy $\lvert z\rvert=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$	0,25
	2. Giải bất phương trình $7.4^x-8.6^x+9^x\le 0$.	
	$7.4^x-8.6^x+9^x\le 0$ $\Leftrightarrow 7-8.\left(\dfrac{3}{2}\right)^x+(\dfrac{9}{4})^x\le 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 1\le\left(\dfrac{3}{2}\right)^x\le 7 \Leftrightarrow 0\le x\le \log_{(\frac{3}{2})}7$	0,25
Câu 3	1. Cho $\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$, $\left(-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0\right)$. Tính giá trị biểu thức $A=\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$	
	$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \Leftrightarrow \sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^2=\dfrac{9}{25}$ $\Leftrightarrow \sin\alpha=\pm\dfrac{3}{5}$ Vì $-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0$ nên $\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$.	0,25
	$A=\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{2}\left[\sin 2\alpha+\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)\right]$ $=\dfrac{1}{2}(2\sin\alpha\cos\alpha-1)=-\dfrac{49}{50}$	0,25
	2. Gọi E là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 7. Xác định số phần tử của E. Chọn ngẫu nhiên một số từ E, tính xác suất để số được chọn là số lẻ.	
	Mỗi số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt có thể coi là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử t đã cho. Do đó số phần tử của E là $A_5^3=60$	0,25
	Gọi A là biến cố số được chọn là số lẻ $\Rightarrow n(A)=3.A_4^2=36$ $\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{36}{60}=\dfrac{3}{5}$	0,25
Câu 4	Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$, trục hoành và đường thẳng $x=0$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay D xung quanh trục *Ox*.	
	Xét phương trình: $\dfrac{x+2}{x-1}=0 \Leftrightarrow x=-2$.	0,25

	Gọi V là thể tích khối tròn xoay thu được thì $V=\pi\int_{-2}^{0}\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2dx$	
	$V=\pi\int_{-2}^{0}\left(1+\frac{3}{x-1}\right)^2dx=\pi\int_{-2}^{0}\left(1+\frac{6}{x-1}+\frac{9}{(x-1)^2}\right)dx$	0,25
	$=\pi\left(x+6\ln\lvert x-1\rvert-\frac{9}{x-1}\right)\Big\|_{-2}^{0}$	0,25
	$V=(8-6\ln 3)\pi$	0,25
Câu 5	Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm cạnh AB, góc giữa đường thẳng A'C và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' và tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACC'A').	
	Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $A'H\perp(ABC)$ và $\left(A'C,(ABC)\right)=\widehat{A'CH}=60^0$. Do đó $A'H=CH.\tan 60^0=\frac{3a}{2}$	0.25
	Thể tích của khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'}=A'H.S_{\Delta ABC}=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$	0.25
	Gọi I là hình chiếu vuông góc của của H trên AC; K là hình chiếu vuông góc của H trên A'I. Suy ra $HK=d\left(H,(ACC'A')\right)$	0.25
	Ta có $HI=AH.\sin\widehat{IAH}=\frac{a\sqrt{3}}{4}$ $\quad\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HI^2}+\frac{1}{HA'^2}\Rightarrow HK=\frac{3a\sqrt{13}}{26}$ Do đó $d\left(B,(ACC'A')\right)=2d\left(H,(ACC'A')\right)=2HK=\frac{3a\sqrt{13}}{13}$	0.25
Câu 6	Trong không gian cho 3 điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng (P): $x-2y+2z+1=0$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P), cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB=2IC$. Viết phương trình mặt phẳng (α).	
	Gọi mặt phẳng (α) có phương trình là $ax+by+cz+d=0$ với $a;b;c$ không cùng bằng 0 + mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;-1)$ nên ta có : $a+b-c+d=0$ (1) + mặt phẳng $(\alpha)\perp mp(P):x-2y+2z+1=0$ nên 2 VTPT vuông góc nhau $=> a-2b+2c=0$ (2)	0,25
	$+IB=2IC =>$ khoảng cách từ B tới mp (α) bằng 2 lần khoảng cách từ C tới (α) $=>\frac{\lvert a+b+2c+d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2\frac{\lvert -a+2b-2c+d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3a-3b+6c-d=0\\-a+5b-2c+3d=0\end{array}\right.$ (3)	0,25
	Từ (1), (2), (3) ta có 2 trường hợp sau : TH1 : $\begin{cases}a+b-c+d=0\\a-2b+2c=0\\3a-3b+6c-d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\frac{-1}{2}a\\c=-a\\d=\frac{-3}{2}a\end{cases}$ chọn $a=2=>b=-1;c=-2;d=-3$ Ta có phương trình mp (α) là $2x-y-2z-3=0$	0,25

	TH 2 : $\begin{cases} a+b-c+d=0 \\ a-2b+2c=0 \\ -a+5b-2c+3d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{3}{2}a \\ c=a \\ d=\dfrac{-3}{2}a \end{cases}$ chọn $a=2 \Rightarrow b=3; c=2; d=-3$ Ta có phương trình mp (α) là $2x+3y+2z-3=0$	0,25
Câu 7	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm M(5; - 6); đường tròn (C) có phương trình : $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$. Từ M vẽ các tiếp tuyến $MA,\ MB$ tới đường tròn (C) với A, B là các tiếp điểm. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác MAB.	
	1) Đường tròn (C) có tâm I(-1;2) và bán kính R=5; MI = 10. Gọi H là giao điểm của AB và MI ta có $IH.MI=AI^2$ Suy ra IH=5/2.  	0,25
	Vì MA và MB là các tiếp tuyến nên H phải nằm giữa M và I, do đó $\overrightarrow{IH}=\frac{1}{4}\overrightarrow{IM} \Rightarrow H\left(\frac{1}{2};0\right)$	0,25
	Mặt $\sin\widehat{IAH}=\dfrac{IH}{IA}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{IAH}=30^0 \Rightarrow \Delta MAB$ đều Suy ra tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB trùng với trọng tâm G của nó. Ta có $\overrightarrow{GM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{HM}$ $\Rightarrow$ G(2;-2) từ đó tính được bán kính $r=\dfrac{5}{2}$	0,25
	Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác MAB là $(x-2)^2+(y+2)^2=\dfrac{25}{4}$	0,25
Câu 8	Giải bất phương trình: $\dfrac{300x^2-40x-2-\sqrt{10x-1}-\sqrt{3-10x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2} \le 0$	
	Điều kiện: $\dfrac{1}{10} \le x \le \dfrac{3}{10}$ Ta có: $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}<2, \forall x \in \left[\frac{1}{10};\frac{3}{10}\right]$(Theo BĐT Bunhia)	0,25
	Bpt $\Leftrightarrow 300x^2-40x-2-\sqrt{10x-1}-\sqrt{3-10x} \ge 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{10x-1}-1)+(\sqrt{3-10x}-1) \le 300x^2-40x-4$ $\Leftrightarrow \dfrac{10x-2}{\sqrt{10x-1}+1}+\dfrac{2-10x}{\sqrt{3-10x}+1} \le (10x-2)(30x+2)$ $\Leftrightarrow (10x-2)\left[\dfrac{1}{\sqrt{10x-1}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3-10x}+1}-30x-2\right] \le 0$ (*)	0,25
	$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{10x-1}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3-10x}+1}-30x-2$ $f'(x)=-\dfrac{5}{\sqrt{10x-1}(\sqrt{10x-1}+1)^2}-\dfrac{5}{\sqrt{3-10x}(\sqrt{3-10x}+1)^2}-30<0, \forall x \in (\frac{1}{10};\frac{3}{10})$ Mặt khác $f(x)$ liên tục trên $[\frac{1}{10};\frac{3}{10}]$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $[\frac{1}{10};\frac{3}{10}]$	0,25

	$\Rightarrow f(\frac{3}{10}) \le f(x) \le f(\frac{1}{10}) < 0$ (Hs có thể đánh giá)	
	Do đó bất phương trình (*) $\Leftrightarrow 10x - 2 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \frac{1}{5}$ Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm bất phương trình là: $\frac{1}{5} \le x \le \frac{3}{10}$	0,25
Câu 9	Cho 2 số thực a, b $\in (0; 1)$ và thỏa mãn : $(a^3+b^3)(a+b) = ab(1-a)(1-b)$ Tìm GTLN của F = $\frac{1}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} + 3ab - a^2 - b^2$.	
	gt $\Leftrightarrow \frac{(a^3+b^3)(a+b)}{ab} = (1-a)(1-b)$ (*) . vì $\frac{(a^3+b^3)(a+b)}{ab} = \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}\right)(a+b) \ge 2\sqrt{ab}.2\sqrt{ab} = 4ab$ và $(1-a)(1-b) = 1-(a+b)+ab \le 1-2\sqrt{ab}+ab$, khi đó từ (*) suy ra $4ab \le 1-2\sqrt{ab}+ab$, đặt t = ab (đk t > 0) ta được: $4t \le 1-2\sqrt{t}+t \Leftrightarrow 2\sqrt{t} \le 1-3t \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < t \le \frac{1}{3} \\ 4t \le (1-3t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < t \le \frac{1}{9}$	0.25
	Ta có: $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \le \frac{2}{1+ab} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+ab}\right) + \left(\frac{1}{1+b^2} - \frac{1}{1+ab}\right) \le 0$ $\Leftrightarrow \frac{(a-b)^2.(ab-1)}{(1+ab)(1+a^2)(1+b^2)} \le 0$ luôn đúng với mọi a, b $\in (0; 1)$, dấu "=" xảy ra khi a = b	0.25
	vì $\frac{1}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} \le \sqrt{2\left(\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2}\right)} \le \sqrt{2.\frac{2}{1+ab}} = \frac{2}{\sqrt{1+ab}}$ và $ab - a^2 - b^2 = ab - (a-b)^2 \le ab$ nên $F \le \frac{2}{\sqrt{1+ab}} + ab = \frac{2}{\sqrt{1+t}} + t$	0.25
	xét f(t) = $\frac{2}{\sqrt{1+t}} + t$ với $0 < t \le \frac{1}{9}$ có $f'(t) = 1 - \frac{1}{(1+t)\sqrt{1+t}} > 0$ với mọi $0 < t \le \frac{1}{9}$ $\Rightarrow f(t) \le f(\frac{1}{9}) = \frac{6}{\sqrt{10}} + \frac{1}{9}$,dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ t = ab = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{3}$ Vậy MaxF = $\frac{6}{\sqrt{10}} + \frac{1}{9}$ đạt được tại $a = b = \frac{1}{3}$	0.25

-------------------- *Hết* --------------------

Chú ý:

1) Hs làm cách khác với đáp án, nếu đúng thì vẫn cho điểm tối đa câu đó.
2) Học sinh cần trình bày đầy đủ các câu dẫn, các dấu tương đương "⇔", ... , không được viết tắt (*trừ các ký hiệu toán học cho phép*).
3) Học sinh làm sai hoặc sót ở bước 0,25 đ nào thì cắt 0,25 điểm tại đó.
4) Một bài toán nếu bước trên (0,25 đ) sai và kết quả bước phía dưới (0,25 đ) liên quan đến bước trên thì cắt điểm từ chỗ làm sai và các bước sau có liên quan.
5) Một bài toán nếu bước trên (0,25 đ) sai và bước phía dưới (0,25 đ) không liên quan đến bước phía trên nếu đúng vẫn cho 0,25 đ.

Chúc các em thành công trong kỳ thi THPT Quốc gia sắp tới !

TRUNG TÂM GIA SƯ, LUYỆN THI ALPHA THÀNH PHỐ VINH

Địa chỉ: Số 04 - Ngõ 03 - Đường Tân Hùng - Tp.Vinh

Điện thoại : 0917.638.972 – 0984.638.972

Emai: trungtamgiasu.alpha@gmail.com

Website: giasualpha.edu.vn

Facebook: https://www.facebook.com/groups/giasualpha/