SỞ GD&ĐT NGHỆ AN

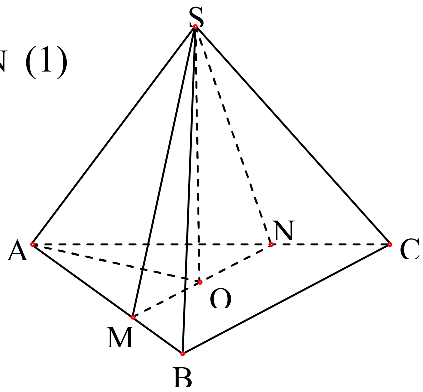
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 11 CẤP THPT
NĂM HỌC 2014 – 2015

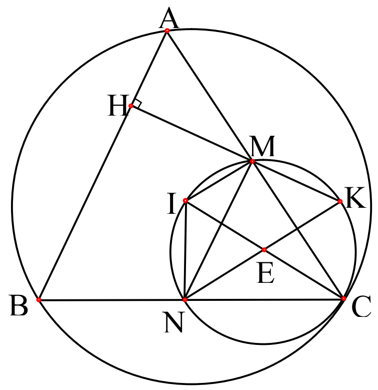
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN – BẢNG B

(Hướng dẫn chấm này gồm 04 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
1 **(6,0đ)**	**a) (4,0 điểm)**	
	Phương trình đã cho tương đương với $\frac{1-\text{co}2x}{2}+\frac{1}{2}\left(\cos 4x+\cos 2x\right)+\frac{1}{2}\sin 4x=0$	**1,0**
	$\Leftrightarrow \sin 4x+\cos 4x=-1$	**1,0**
	$\Leftrightarrow \sin\left(4x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ 4x+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$	**1,0**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2} \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$	**1,0**
	b) (2,0 điểm)	
	$\begin{cases} x^3-y^3+2x^2+y^2+3=0 & (1) \\ x^2+2y^2+4x-4y+1=0 & (2) \end{cases}.$ Cộng theo vế phương trình (1) và phương trình (2), ta được $x^3-y^3+3x^2+3y^2+4x-4y+4=0$ $\Leftrightarrow \left(x+1\right)^3+x+1=\left(y-1\right)^3+y-1\ (3)$	**0,5**
	Đặt $a=x+1, b=y-1$, phương trình (3) trở thành $a^3+a=b^3+b\Leftrightarrow \left(a-b\right)\left(a^2+b^2+ab+1\right)\Leftrightarrow a=b$ (Vì với hai số thực a, b ta có $a^2+b^2+ab+1=\left(a+\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3b^2}{4}+1\geq 1$) Do đó $(3)\Leftrightarrow x+1=y-1\Leftrightarrow y=x+2$.	**0,5**
	Thay $y=x+2$ vào phương trình (2), ta được $3x^2+8x+1=0\Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{13}}{3}$.	**0,5**
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là	**0,5**

	$\begin{cases} x=\dfrac{-4+\sqrt{13}}{3} \\ y=\dfrac{2+\sqrt{13}}{3} \end{cases}$; $\begin{cases} x=\dfrac{-4-\sqrt{13}}{3} \\ y=\dfrac{2-\sqrt{13}}{3} \end{cases}$.	
2 **(6,0đ)**	**a) (4,0 điểm)**	
	Điều kiện : $n\in\mathbb{N}, n\geq 3$ Ta có $C_n^1+C_n^2=\frac{4}{5}C_n^3 \Leftrightarrow n+\frac{n(n-1)}{2}=\frac{4}{5}\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$	**1,0**
	$\Leftrightarrow 1+\frac{(n-1)}{2}=\frac{4}{5}\frac{(n-1)(n-2)}{6}\Leftrightarrow 4n^2-27n-7=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=7 \\ n=-\frac{1}{4}\end{array}\right.$	**1,0**
	Đối chiếu điều kiện $\Rightarrow n=7$.	**0,5**
	Số hạng tổng quát của khai triển $(x+1)^7$ là $C_7^k x^k$	**0,5**
	Khi đó số hạng chứa x^6 trong khai triển $(x+1)^7$ là $C_7^6x^6=7x^6$.	**1,0**
	b) (2,0 điểm)	
	Ta có $u_{n+1}-2=\frac{2}{3}(u_n-2)$.	**0,5**
	Với mọi $n\in\mathbb{N}^*$, đặt $v_n=u_n-2\Rightarrow v_1=1;\ v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n, \forall n\in\mathbb{N}^*$. $\Rightarrow$ dãy số (v_n) là cấp số nhân có $v_1=1$ và công bội $q=\frac{2}{3}$	**0,5**
	$\Rightarrow v_n=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\Rightarrow u_n=2+\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}, \forall n\in\mathbb{N}^*$	**1,0**
3 **(4,0đ)**	**a) (2,0 điểm)**	
	Do (P) song song với BC nên $MN // BC$. Vì tam giác ABC đều $\Rightarrow AO\perp BC\Rightarrow AO\perp MN$ (1)  	**1,0**
	Vì $SO\perp(ABC)\Rightarrow SO\perp AO$ (2)	**0,5**
	Từ (1), (2) $\Rightarrow AO\perp(P)$	**0,5**

	b) (2,0 điểm)	
	Gọi α là góc giữa SA và mặt phẳng (P) $\Rightarrow \alpha = \widehat{ASO}$	**1,0**
	Vì O là tâm của tam giác đều ABC cạnh a nên $AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.	**0,5**
	Ta có $\sin\alpha = \frac{AO}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^0$.	**0,5**
4 (2,0đ)	Gọi N, E lần lượt là trung điểm của BC, IC $\Rightarrow N\left(\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right);E\left(4;\frac{1}{2}\right)$. Khi đó E là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác IMCN. Gọi K là giao điểm khác M của đường thẳng HM với đường tròn ngoại tiếp tứ giác IMCN.  Ta có $\begin{cases} MN//AB \\ HM \perp AB \end{cases} \Rightarrow HM \perp MN$ $\Rightarrow$ KN là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác IMCN $\Rightarrow$ E là trung điểm của KN $\Rightarrow K\left(\frac{11}{2};\frac{5}{2}\right)$.	**0,5**
	Gọi $H(t;5t-1) \Rightarrow \overrightarrow{HK} = \left(\frac{11}{2}-t;\frac{7}{2}-5t\right);\overrightarrow{HB} = (-1-t;-1-5t)$ Do $\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{HB} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{11}{2}-t\right)(-1-t)+\left(\frac{7}{2}-5t\right)(-1-5t) = 0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow 26t^2 - 17t - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-\frac{9}{26} \end{array}\right.$. Vì H có hoành độ dương nên $H(1;4)$	**0,5**
	$\Rightarrow$ Phương trình AB: $3x - y + 1 = 0$. Gọi $A(a;3a+1)$. Ta có $IA = IB \Leftrightarrow (2-a)^2 + (3a-1)^2 = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=2 \end{array}\right.$ Với $a=-1 \Rightarrow A \equiv B$ không thỏa mãn. Với $a = 2 \Rightarrow A(2;7)$ thỏa mãn.	**0,5**
5 (2,0đ)	Ta có: $\frac{ab}{c(c+a)} + \frac{bc}{a(a+b)} + \frac{ca}{b(b+c)} \ge \frac{a}{c+a} + \frac{b}{a+b} + \frac{c}{b+c}$	**0,5**

	$\Leftrightarrow \dfrac{a}{c+a}\left(\dfrac{b}{c}-1\right)+\dfrac{b}{a+b}\left(\dfrac{c}{a}-1\right)+\dfrac{c}{b+c}\left(\dfrac{a}{b}-1\right)\ge 0$ $\Leftrightarrow \dfrac{1}{\dfrac{c}{a}+1}\left(\dfrac{b}{c}-1\right)+\dfrac{1}{\dfrac{a}{b}+1}\left(\dfrac{c}{a}-1\right)+\dfrac{1}{\dfrac{b}{c}+1}\left(\dfrac{a}{b}-1\right)\ge 0 \qquad (1)$	
	Đặt: $x=\dfrac{a}{b}>0;\ \ y=\dfrac{b}{c}>0;\ z=\dfrac{c}{a}>0 \Rightarrow xyz=1$. Khi đó : $(1)\Leftrightarrow \dfrac{x-1}{y+1}+\dfrac{y-1}{z+1}+\dfrac{z-1}{x+1}\ge 0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+xy^2+yz^2+zx^2-x-y-z-3\ge 0 \qquad (2)$	**0,5**
	Vì $x^2+y^2+z^2\ge \dfrac{1}{3}(x+y+z)^2\ge \sqrt[3]{xyz}\,(x+y+z)=x+y+z$ Và $xy^2+yz^2+zx^2\ge 3\sqrt[3]{(xyz)^3}=3$. Do đó (2) đúng. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z\Leftrightarrow a=b=c$.	**0,5**

--- Hết ---

Ghi chú: *Học sinh làm cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa*